PROGRAMAS EN BASIC

PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

TOMO 2

FP - BUP - COU - UNIVERSIDAD

ALGEBRA Y GEOMETRIA

COMPATIBLES CON CUALQUIER MICRO

J.R. VIZMANOS

PROGRAMAS EN BASIC

PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

FP - BUP - COU - UNIVERSIDAD

ALGEBRA
GEOMETRIA

j.r. vizmanos
Catedrático

PROGRAMAS EN BASIC PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

ALGEBRA Y GEOMETRIA

Prohibida la reproducción total
o parcial de esta obra, por cualquier
medio, sin autorización escrita
del autor.

Reservados los derechos de edición,
reproducción y adaptación a todos los
países.

Es propiedad del autor.

Queda hecho el depósito que marca la Ley.

I.S.B.N.: 84-398-2279-0

Dep. Legal M-32.170-1984

Imprime FARESO

Paseo de la Dirección, 5
28039 MADRID

PEDIDOS AL AUTOR:

c/ Príncipe de Vergara, 130, 4°A.
28002 MADRID
Tel: 2 62 12 47
2 79 70 54

A mis padres Ramón y Carmen.

agradecimientos

Deseo expresar mi más profundo agradecimiento a Dario Crespo Gazapo, Catedrático de Matemáticas y gran amigo mio, que ha tenido la extraordinaria paciencia de revisar, con todo rigor el libro y que ha sabido, además de detectar erratas, proporcionar muy buenas ideas sobre algunos puntos concretos.

Al mismo tiempo, quiero agradecer a la Empresa MICROELECTRONICA Y CONTROL S.A. distribuidora en España de los microordenadores COMMODORE-64, por autorizar la reproducción en la cubierta, de una fotografía del citado microordenador.

El autor

prólogo

Como continuación a nuestro anterior libro titulado: PROGRAMAS EN BASIC PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS: ANALISIS Y ESTADISTICA, aparece hoy este segundo dedicado al ALGEBRA y GEOMETRIA, con un enfoque totalmente análogo al anterior.

En estos momentos en los que el microordenador personal está entrando en muchos hogares, parece conveniente la publicación de textos con programas desarrollados, que ayuden al usuario a resolver multitud de situaciones concretas. Quisieramos insistir en la idea de que el microordenador sirve para realizar muchas más cosas que los divertidos y variados juegos, que con tanta avidez ejecutan nuestros alumnos, y que por tanto, se puede utilizar en otras situaciones, que si bien no resultan tan lúdicas, si pueden ser más provechosas para el estudio, en nuestro caso concreto nos parece que el micro puede ser un poderoso elemento de apoyo para el aprendizaje de las Matemáticas.

Los temas que en este libro se desarrollan son principalmente los correspondientes al Algebra y Geometría de 1°, 2° y 3° de BUP, asi como el COU, si bien se añaden varios programas que no encajan en estos niveles siendo propiamente universitarios.

También nos ha parecido interesante incluir algunos programas sobre teoría de numeros, asi por ejemplo, la obtención de números perfectos pares, números amigos, números de Mersenne, números de Fermat, números pitagóricos, etc. o también programas que resuelven problemas clásicos

que últimamente no se incluyen en los Cuestionarios y que son de gran interés, asi por ejemplo: resolución de ecuaciones diofánticas, el cálculo del exponente de un número primo en m! , mediante la regla de Legendre, obtención de la última cifra de una potencia como aplicación de los restos potenciales, etc.

Ahora bien, la mayoría de los programas vienen a resolver las situaciones más frecuentes que se plantean en el Algebra y la Geometría en los niveles correspondientes a las Enseñanzas Medias.

Finalmente deseamos agradecer desde estas páginas, la buena acogida que el público en general, está dispensando a nuestro anterior libro y desear que esta continuación siga los pasos de su predecesor.

El autor

advertencias de interés

Los programas de este libro han sido probados y ejecutados en un microordenador NEW BRAIN, pero todos ellos pueden ser realizados, en cuanto a su extensión, en cualquier micro.

Hemos procurado utilizar un BASIC común a todos los micros, con el fin de que estos programas puedan ser ejecutados en cualquier microordenador de los existentes actualmente en el mercado, pero es posible, que en algunos programas sea necesario, introducir algunas modificaciones con arreglo al BASIC concreto de su micro.

Por ello vamos a exponer a continuación algunas de estas ideas.

1.- LET: Hoy en dia es muy frecuente en casi todos los microordenadores, poder hacer asignación de variables en la forma:

```
120  A = B*C
```

pero todavía existen algunos micros, para los que es necesario escribir:

```
120  LET  A = B*C
```

2.- ON GOTO : Si por ejemplo en una linea figura:

```
50 ON L GOTO 100,200,300
```

quiere decir que, según L sea igual a 1, 2 ó 3, se transferirá la ejecución a las lineas 100, 200 ó 300. Como algunos micros no permiten esta instrucción de bifurcación múltiple, se puede cambiar por:

```
50 IF L=1 THEN GOTO 100
52 IF L=2 THEN GOTO 200
54 IF L=3 THEN GOTO 300
```

3.- IF THEN : Algunos ordenadores solo admiten después de IF THEN, poner GOTO n°de linea, en cambio algunos permiten hacer:

```
60 IF B=1 THEN PRINT A
```

o también

```
80 IF A=3 THEN L=A*B
```

En estos programas se ha utilizado en escasas ocasiones esta última posibilidad, si su aparato no lo admite, modifíquelo con arreglo a lo expuesto.

4.- En algunos resultados de los programas geométricos aparecen expresiones de la forma: 5x - -3y = 5, o bien 2x + - 3y = 2, etc En todos estos casos aplicaremos la regla de los signos, de manera que: + + = +, + - = -, - + = -, - - = + .

5.- Se ha procurado que los programas sean cortos y sencillos, ahora bien se podrían mejorar desde el punto de vista informático pero probablemente, perderían claridad desde el punto de vista matemático.

6.- Intencionadamente, no se ha incluido ningún programa sobre gráficos, dado que las instrucciones sobre gráficos, difieren mucho de unos ordenadores a otros.

7.- En general, no se ha incluido ninguna sentencia sobre el "borrado de la pantalla", para que sea el usuario el que en cada caso utilize esa posibilidad a su gusto.

8.- Si lo desea puede omitir todas las lineas que empiezan por REM ya que unicamente sirven para proporcionar información sobre el programa , pero el micro no las lee y además ocupan memoria.

9.- En caso de que, tras escribir cuidadosamente el programa y al ejecutar este, les proporcione mensaje de error, o resultados sensiblemente distintos, revise nuevamente, linea a linea, carácter a carácter, su listado y el del libro, revise las advertencias anteriores, tenga cuidado en no confundir cero con O, 1 con I, 2 con Z, 5 con S, y U con V., después de todo esto el programa deberá funcionar. Si a pesar de todo, el programa no "funciona", le aconsejamos que: lo deje de momento, para continuar con ello al cabo de unas horas, o bien lo revise con otra persona, o lo ponga en manos de alguien que sea capaz de detectar el fallo, pues generalmente será muy fácil, pero a veces, pueden ser extraordinariamente sutiles. Únicamente con mucha experiencia, habilidad y conocimiento profundo del BASIC de su micro será posible detectar estas sutilezas.

Ahora bien, esperamos que estas últimas advertencias no le ocurran prácticamente nunca, y deseamos que pueda Vd disfrutar de su micro sacándole todo el partido posible.

PROGRAMAS DE

ALGEBRA

CAMBIO DE BASE DE SISTEMA DE NUMERACION

introducción:

El presente programa sirve para pasar un número escrito en un sistema de numeración, a otro sistema de numeración.

El criterio seguido, es utilizar los dígitos 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, y las letras A,B,C,D,..., que representan respectivamente los números 10,11, 12,13, etc.

Por ello limitamos la base a 35, por no tener más símbolos para los respectivos dígitos.

En la linea 199 se inicia el paso del número de una base B_1 a la base decimal y en la linea 279 se inicia el paso del número escrito en sistema decimal al sistema de base B_2

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    C A M B I O   D E   B A S E   D E
40 REM
50 REM               S I S T E M A   D E   N U M E R A C I O N
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 B$="0123456789ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVXYZ"
120 PRINT "CAMBIO DE BASE DE SISTEMA DE NUMERACION (base máxima=35)"
130 PRINT
140 PRINT "NUMERO QUE DESEA CAMBIAR DE BASE N =";
150 INPUT N$
160 PRINT "ESCRITO EN BASE ";
170 INPUT B1
180 PRINT "PARA PASARLO A LA BASE ";
190 INPUT B2
199 REM - PASO DE BASE B1 A BASE 10 -
200 L=LEN(N$)
210 A=0
220 FOR J=1 TO L
```

```
230 FOR I=1 TO B1
240 IF MID$(B$,I,1)<>MID$(N$,J,1) THEN GOTO 260
250 A=A+INT((I-1)*(B1^(L-J))+.5)
260 NEXT I
270 NEXT J
279 REM - PASO DE BASE 10 A BASE B2 -
280 M$=" "
290 C=INT(B2*((A/B2)-INT(A/B2))+1.5)
300 M$=MID$(B$,C,1)+M$
310 A=INT(A/B2)
320 IF A>0 THEN GOTO 290
329 REM - SALIDA DEL RESULTADO -
330 PRINT
340 PRINT N$;"  EN BASE ";B1;"  ES IGUAL A:  ";M$;"EN BASE ";B2
350 END
```

ejercicios resueltos:

1. Pasar el número $213456345_{(7}$ a base 12.

SOLUCION:

```
CAMBIO DE BASE DE SISTEMA DE NUMERACION (base máxima=35)

NUMERO QUE DESEA CAMBIAR DE BASE N =? 213456345
ESCRITO EN BASE ? 7
PARA PASARLO A LA BASE ? 12

213456345  EN BASE  7   ES IGUAL A:  4348263 EN BASE  12
```

2. Pasar el número $A123BCD_{(16}$ al sistema decimal.

SOLUCION:

```
CAMBIO DE BASE DE SISTEMA DE NUMERACION (base máxima=35)

NUMERO QUE DESEA CAMBIAR DE BASE N =? A123BCD
ESCRITO EN BASE ? 16
PARA PASARLO A LA BASE ? 10

A123BCD  EN BASE  16   ES IGUAL A:  168967117 EN BASE  10
```

3. Pasar el número $123AB3456C78_{(14}$ al sistema de base 8.

SOLUCION:

```
CAMBIO DE BASE DE SISTEMA DE NUMERACION (base máxima=35)

NUMERO QUE DESEA CAMBIAR DE BASE N =? 123AB3456C78
ESCRITO EN BASE ? 14
PARA PASARLO A LA BASE ? 8

123AB3456C78  EN BASE  14   ES IGUAL A:  104366335276000 EN BASE  8
```

4. Pasar el número $1111010101010100010100010101_{(2}$ al sistema decimal.

S O L U C I O N :

```
CAMBIO DE BASE DE SISTEMA DE NUMERACION (base máxima=35)

NUMERO QUE DESEA CAMBIAR DE BASE N =? 1111010101010100010100010101
ESCRITO EN BASE ? 2
PARA PASARLO A LA BASE ? 10

1111010101010100010100010101  EN BASE  2   ES IGUAL A:  257246485 EN BASE  10
```

5. Pasar el número 257246485 escrito en el sistema decimal, al sistema binario.

S O L U C I O N :

```
CAMBIO DE BASE DE SISTEMA DE NUMERACION (base máxima=35)

NUMERO QUE DESEA CAMBIAR DE BASE N =? 257246485
ESCRITO EN BASE ? 10
PARA PASARLO A LA BASE ? 2

257246485  EN BASE  10   ES IGUAL A:  1111010101010100010100010101 EN BASE  2
```

OPERACIONES EN CUALQUIER SISTEMA DE NUMERACION

introducción:

Este programa sirve para efectuar las operaciones suma,diferencia, producto y cociente de dos números escritos en cualquier sistema de numeración.

Para ello, se pasan los números al sistema decimal(linea 559),se operan en el sistema decimal y posteriormente se pasan a la base dada (linea 659).

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM          S U M A,    D I F E R E N C I A,    P R O D U C T O    Y
40 REM
50 REM          C O C I E N T E    D E    D O S    N U M E R O S    E N
60 REM
70 REM    C U A L Q U I E R    S I S T E M A    D E    N U M E R A C I O N
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 B$="0123456789ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVXYZ"
120 PRINT "EN QUE BASE DESEA OPERAR (base máxima=35)";
130 INPUT B1
140 PRINT "OPERACIONES QUE PUEDE REALIZAR:"
150 PRINT
160 PRINT "1.- SUMA DE DOS NUMEROS P+Q"
170 PRINT "2.- DIFERENCIA DE DOS NUMEROS P-Q"
180 PRINT "3.- PRODUCTO DE DOS NUMEROS P*Q"
190 PRINT "4.- DIVISION APROXIMADA DE DOS NUMEROS P/Q"
200 PRINT
210 PRINT "SEGUN LA OPCION ELEGIDA PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
220 INPUT O
230 PRINT "ESCRIBA UNO DE LOS NUMEROS  P =";
240 INPUT P$
250 N$=P$
260 GOSUB 559
270 P=A
280 PRINT "ESCRIBA OTRO DE LOS NUMEROS  Q =";
290 INPUT Q$
```

```
300 N$=Q$
310 GOSUB 559
320 Q=A
330 ON O GOTO 340,390,460,510
340 S=P+Q
350 A=S
360 GOSUB 659
370 PRINT "EL RESULTADO PEDIDO ES ";M$;"EN BASE";B1
380 STOP
390 IF P>Q GOTO 410
400 PRINT "EL MINUENDO HA DE SER MAYOR O IGUAL QUE EL SUSTRAENDO"
410 R=P-Q
420 A=R
430 GOSUB 659
440 PRINT "EL RESULTADO PEDIDO ES ";M$;"EN BASE";B1
450 STOP
460 M=P*Q
470 A=M
480 GOSUB 659
490 PRINT "EL RESULTADO PEDIDO ES ";M$;"EN BASE";B1
500 STOP
510 D=P/Q
520 A=D
530 GOSUB 659
540 PRINT "EL RESULTADO PEDIDO ES ";M$;"EN BASE";B1
550 STOP
559 REM - PASO DE BASE B1 A BASE 10 -
560 L=LEN(N$)
570 A=0
580 FOR J=1 TO L
590 FOR I=1 TO B1
600 IF MID$(B$,I,1)<>MID$(N$,J,1) THEN GOTO 620
610 A=A+INT((I-1)*(B1^(L-J))+.5)
620 NEXT I
630 NEXT J
640 PRINT
650 RETURN
659 REM - PASO DE BASE 10 A BASE B1 -
660 M$=" "
670 C=INT(B1*((A/B1)-INT(A/B1))+1.5)
680 M$=MID$(B$,C,1)+M$
690 A=INT(A/B1)
700 IF A>0 THEN GOTO 670
710 RETURN
720 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el resultado de $25608356_{(9}$ + $654701_{(9}$ y expresarlo en base 9

S O L U C I O N :

```
EN QUE BASE DESEA OPERAR (base máxima=35)? 9
OPERACIONES QUE PUEDE REALIZAR:

1.- SUMA DE DOS NUMEROS P+Q
2.- DIFERENCIA DE DOS NUMEROS P-Q
3.- PRODUCTO DE DOS NUMEROS P*Q
4.- DIVISION APROXIMADA DE DOS NUMEROS P/Q
```

```
SEGUN LA OPCION ELEGIDA PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 1
ESCRIBA UNO DE LOS NUMEROS  P =? 25608356

ESCRIBA OTRO DE LOS NUMEROS  Q =? 654701

EL RESULTADO PEDIDO ES 26364157 EN BASE 9
```

2. Calcular $A123BC78_{(14} - 65BCA9_{(14}$, expresar el resultado en la misma base.

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION ELEGIDA PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 2
ESCRIBA UNO DE LOS NUMEROS  P =? A123BC78

ESCRIBA OTRO DE LOS NUMEROS  Q =? 65BCA9

EL RESULTADO PEDIDO ES A09BDDAD EN BASE 14
```

3. Calcular $167BD6_{(16} \cdot 23AB_{(16}$, expresar el resultado en la misma base.

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION ELEGIDA PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 3
ESCRIBA UNO DE LOS NUMEROS  P =? 167BD6

ESCRIBA OTRO DE LOS NUMEROS  Q =? 23AB

EL RESULTADO PEDIDO ES 321F2F9F2 EN BASE 16
```

4. Calcular $4262406_{(7} : 3124_{(7}$, expresar el resultado en base 7.

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION ELEGIDA PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 4
ESCRIBA UNO DE LOS NUMEROS  P =? 4262406

ESCRIBA OTRO DE LOS NUMEROS  Q =? 3124

EL RESULTADO PEDIDO ES 1245 EN BASE 7
```

ECUACIONES DIOFANTICAS DEL TIPO: Ax + By = C

introducción:

Este programa sirve para resolver ecuaciones diofánticas del tipo lineal:

$$Ax + By = C \quad ó \quad Ax - By = C$$

Para ello se calcula el m.c.d.(A,B) y si el m.c.d.(A,B) no divide a C la ecuación no tiene solución. En caso contrario se busca por tanteo una solución y se pasa a la solución general.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM            R E S O L U C I O N    D E    E C U A C I O N E S
40 REM
50 REM        D I O F A N T I C A S    D E L    T I P O    L I N E A L
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "RESOLUCION DE ECUACIONES DIOFANTICAS DEL TIPO LINEAL :"
120 PRINT "A x +B y = C      o bien      A x - B y = C"
130 PRINT
140 PRINT "COEFICIENTE DE x,       A =";
150 INPUT A
160 A1=A
170 PRINT "COEFICIENTE DE y,       B =";
180 INPUT B
190 B1=B
200 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE, C =";
210 INPUT C
219 REM - CALCULO DEL M.C.D(A,B) -
220 A=ABS(A)
230 B=ABS(B)
240 R=A-B*INT(A/B)
250 IF R=0 THEN 290
260 A=B
270 B=R
280 GOTO 240
289 REM - DIVIDIMOS LOS COEFICIENTES DE LA ECUACION POR EL M.C.D.(A,B) -
290 A2=A1/B
```

```
300 B2=B1/B
310 C2=C/B
319 REM - SI EL M.C.D.(A,B) NO DIVIDE A C, LA ECUACION NO TIENE SOLUCION -
320 IF C2<>INT(C2) THEN GOTO 500
329 REM - SE BUSCA UNA SOLUCION INICIAL -
330 Y=0
340 X=(C2-B2*Y)/A2
350 IF X=INT(X) THEN GOTO 380
360 Y=Y+1
370 GOTO 340
380 IF X<0 THEN GOTO 500
390 PRINT
400 PRINT "SOLUCION INICIAL:  X =";X
410 PRINT "                   Y =";Y
420 PRINT
430 IF B2<0 THEN GOTO  470
440 PRINT "SOLUCION GENERAL:  X =";X;"-";B2;"*T"
450 PRINT "                   Y =";Y;"+";A2;"*T"
460 STOP
470 PRINT "SOLUCION GENERAL:  X =";X;"+";ABS(B2);"*T"
480 PRINT "                   Y =";Y;"+";A2;"*T"
490 STOP
500 PRINT
510 PRINT
520 PRINT "LA ECUACION NO TIENE SOLUCION EN N (NUMEROS NATURALES)"
530 END
```

ejercicios resueltos:

1. Resolver la ecuación diofántica : $97x + 32y = 65$

S O L U C I O N :

```
RESOLUCION DE ECUACION DIOFANTICAS DEL TIPO LINEAL :
A x +B y = C      o bien      A x - B y = C

COEFICIENTE DE x,        A =? 97
COEFICIENTE DE y,        B =? 32
TERMINO INDEPENDIENTE,  C =? 65


LA ECUACION NO TIENE SOLUCION EN N (NUMEROS NATURALES)
```

2. Un colegio ha adquirido cuadernos de dos clases, unos a 75 pts cada uno y otros a 127 pts, abonando por el importe total 18.623 pts.

¿Cuantos cuadernos de cada clase se han comprado?.

S O L U C I O N :

```
RESOLUCION DE ECUACION DIOFANTICAS DEL TIPO LINEAL :
A x +B y = C      o bien      A x - B y = C

COEFICIENTE DE x,        A =? 75
COEFICIENTE DE y,        B =? 127
TERMINO INDEPENDIENTE,  C =? 18623
```

```
SOLUCION INICIAL:   X = 123
                    Y = 74

SOLUCION GENERAL:   X = 123 - 127 *T
                    Y = 74 + 75 *T
```

3. Resolver en el conjunto de los números naturales la ecuación:

$$51x - 129y = 33$$

S O L U C I O N :

```
RESOLUCION DE ECUACION DIOFANTICAS DEL TIPO LINEAL :
A x +B y = C      o bien      A x - B y = C

COEFICIENTE DE x,        A =? 51
COEFICIENTE DE y,        B =? -129
TERMINO INDEPENDIENTE,   C =? 33

SOLUCION INICIAL:   X = 31
                    Y = 12

SOLUCION GENERAL:   X = 31 + 43 *T
                    Y = 12 + 17 *T
```

ECUACIONES DIOFANTICAS DEL TIPO: $x^2 - y^2 = a$

introducción:

El presente programa sirve para resolver ecuaciones diofánticas del tipo: $x^2 - y^2 = a$.

Como, $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = a$ por ello se descompone a, en un producto de números naturales sean m y n, entonces se tiene que una solución es:

$$x = (m + n) /2$$
$$y = (m - n) /2$$

siempre que x e y sean números naturales.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM            R E S O L U C I O N    D E    E C U A C I O N E S
40 REM
50 REM        D I O F A N T I C A S    D E L    T I P O    X^2 - Y^2 = A
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "RESOLUCION DE ECUACION DIOFANTICAS DEL TIPO   X^2 - Y^2 = A"
120 PRINT
130 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE  A =";
140 INPUT A
150 P=INT(SQR(A))
159 REM - DESCOMPOSICION DE A EN PRODUCTO DE NATURALES -
160 FOR M=P TO A
170 FOR N=1 TO P
180 IF A <>M*N THEN GOTO 250
190 X=(M+N)/2
200 Y=(M-N)/2
210 IF INT(X)<>X OR INT(Y)<>Y THEN GOTO 250
220 PRINT
230 PRINT "SOLUCION:    X =";X
240 PRINT "             Y =";Y
```

```
250 NEXT N
260 NEXT M
270 END
```

ejercicios resueltos:

1. Resolver la ecuación diofántica $x^2 - y^2 = 72$

S O L U C I O N :

```
RESOLUCION DE ECUACION DIOFANTICAS DEL TIPO   X^2 - Y^2 = A

TERMINO INDEPENDIENTE  A =? 72

SOLUCION:     X = 9
              Y = 3

SOLUCION:     X = 11
              Y = 7

SOLUCION:     X = 19
              Y = 17
```

2. Resolver la ecuación diofántica $x^2 - y^2 = 17$

S O L U C I O N :

```
TERMINO INDEPENDIENTE  A =? 17

SOLUCION:     X = 9
              Y = 8
```

3. Resolver la ecuación diofántica $x^2 - y^2 = 360$

S O L U C I O N :

```
TERMINO INDEPENDIENTE  A =? 360

SOLUCION:     X = 19
              Y = 1

SOLUCION:     X = 21
              Y = 9

SOLUCION:     X = 23
              Y = 13

SOLUCION:     X = 33
              Y = 27

SOLUCION:     X = 47
              Y = 43

SOLUCION:     X = 91
              Y = 89
```

ECUACIONES DIOFANTICAS DEL TIPO: $x^2 + y^2 = z^2$

introducción:

Este programa sirve para resolver ecuaciones diofánticas del tipo pitagórico:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

El programa solicita del usuario hasta que valor N, desea calcular las raices.

En la linea 210 se inicia la formación de las ternas pitagóricas desde X=3 hasta N, siendo N, también el límite para la raiz Y. El valor de Z se obtiene por el teorema de Pitágoras, por tanto, el valor de Z puede ser mayor que N.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM          R E S O L U C I O N     D E     L A     E C U A C I O N
40 REM
50 REM                P I T A G O R I C A     X^2 + Y^2 = Z^2
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "RESOLUCION DE LA ECUACION DIOFANTICA PITAGORICA:  X^2 + Y^2 = Z^2"
120 PRINT
130 PRINT
140 PRINT "HASTA QUE NUMERO DESEA HALLAR SOLUCIONES  N =";
150 INPUT N
160 PRINT
170 PRINT
180 PRINT "X","Y","Z"
190 PRINT "*************************"
200 Z=INT(SQR(C)+.5)
210 FOR X=3 TO N
220 FOR Y=X+1 TO N
```

```
230 C=X*X+Y*Y
240 Z=INT(SQR(C)+.5)
250 IF Z*Z<>C THEN GOTO 270
260 PRINT X,Y,Z
270 NEXT Y
280 NEXT X
290 END
```

ejercicios resueltos:

1. Resolver la ecuación $x^2 + y^2 = z^2$ hasta N = 50.

SOLUCION :

```
RESOLUCION DE LA ECUACION DIOFANTICA PITAGORICA:  X^2 + Y^2 = Z^2


HASTA QUE NUMERO DESEA HALLAR SOLUCIONES  N =? 50


X                 Y                 Z
*********************************************
 3                 4                 5
 5                 12                13
 6                 8                 10
 7                 24                25
 8                 15                17
 9                 12                15
 9                 40                41
 10                24                26
 12                16                20
 12                35                37
 14                48                50
 15                20                25
 15                36                39
 16                30                34
 18                24                30
 20                21                29
 20                48                52
 21                28                35
 24                32                40
 24                45                51
 27                36                45
 28                45                53
 30                40                50
 33                44                55
 36                48                60
 40                42                58
```

NUMEROS PITAGORICOS CONSECUTIVOS

introducción:

Este breve programa sirve para calcular números pitagóricos consecutivos A,B,H. Tales que $B = A + 1$ y $H^2 = A^2 + B^2$

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM    F O R M A C I O N   D E   N U M E R O S   P I T A G O R I C O S
40 REM
50 REM          C O N S E C U T I V O S   M E N O R E S   Q U E   N
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMEROS PITAGORICOS CONSECUTIVOS HASTA EL NUMERO N =";
120 INPUT N
130 PRINT
140 PRINT "A","B","H"
150 PRINT "*************************************"
160 PRINT
170 FOR A=3 TO N
180 B=A+1
190 C=A*A+B*B
200 H=INT(SQR(C)+.5)
210 IF H*H<>C THEN GOTO 230
220 PRINT A,B,H
230 NEXT A
240 END
```

ejercicios resueltos:

1. Formar números pitagóricos consecutivos menores que 1000.

<u>S O L U C I O N</u> :

```
NUMEROS PITAGORICOS CONSECUTIVOS HASTA EL NUMERO N =? 10000

A                   B                   H
*************************************

 3                  4                   5
 20                 21                  29
 119                120                 169
 696                697                 985
 4059               4060                5741
```

TERNAS PITAGORICAS

introducción:

Este programa sirve para calcular ternas pitagóricas menores que un número dado N.

Se inicia para A=3, ya que no existe ninguna terna pitagórica para A=1 y A=2 y se prueba hasta A=N.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM    F O R M A C I O N    D E    N U M E R O S    P I T A G O R I C O S
40 REM
50 REM                         M E N O R E S    Q U E    N
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMEROS PITAGORICOS HASTA EL NUMERO N =";
120 INPUT N
130 PRINT
140 PRINT "A","B","H"
150 PRINT "*************************************"
160 PRINT
170 FOR A=3 TO N
180 FOR B=A+1 TO N
190 C=A*A+B*B
200 H=INT(SQR(C)+.5)
210 IF H*H<>C THEN GOTO 230
220 PRINT A,B,H
230 NEXT B
240 NEXT A
250 END
```

ejercicios resueltos:

1. Formar ternas pitagóricas (A,B,H) tales que A y B sean ≤ 100.

S O L U C I O N :

NUMEROS PITAGORICOS HASTA EL NUMERO N =? 100

A	B	H			
3	4	5	65	72	97
5	12	13	66	88	110
6	8	10	69	92	115
7	24	25	72	96	120
8	15	17	75	100	125
9	12	15	80	84	116
9	40	41			
10	24	26			
11	60	61			
12	16	20			
12	35	37			
13	84	85			
14	48	50			
15	20	25			
15	36	39			
16	30	34			
16	63	65			
18	24	30			
18	80	82			
20	21	29			
20	48	52			
20	99	101			
21	28	35			
21	72	75			
24	32	40			
24	45	51			
24	70	74			
25	60	65			
27	36	45			
28	45	53			
28	96	100			
30	40	50			
30	72	78			
32	60	68			
33	44	55			
33	56	65			
35	84	91			
36	48	60			
36	77	85			
39	52	65			
39	80	89			
40	42	58			
40	75	85			
40	96	104			
42	56	70			
45	60	75			
48	55	73			
48	64	80			
48	90	102			
51	68	85			
54	72	90			
56	90	106			
57	76	95			
60	63	87			
60	80	100			
60	91	109			
63	84	105			

DESCOMPOSICION DE UN NUMERO EN FACTORES PRIMOS

introducción:

El presente programa permite realizar la descomposición en factores primos de un número cualquiera.

Asimismo, cuando el número no tiene más divisores que el número y la unidad, imprime el mensaje de que el número es primo.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM        D E S C O M P O S I C I O N     D E     U N     N U M E R O
40 REM
50 REM                  E N     F A C T O R E S     P R I M O S
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO QUE SE DESEA DESCOMPONER EN FACTORES PRIMOS N =";
120 INPUT N
130 PRINT
140 N1=N
150 F=2
160 IF F>SQR(N) THEN 260
170 IF INT(N/F)<>N/F THEN 210
180 PRINT F;
190 N=N/F
200 GOTO 160
210 IF F=2 THEN 240
220 F=F+2
230 GOTO 160
240 F=3
250 GOTO 160
260 PRINT N;
270 IF N1>N THEN 300
280 PRINT "ES UN NUMERO PRIMO"
290 GOTO 310
300 PRINT "   SON LOS FACTORES DE";N1
310 END
```

ejercicios resueltos:

1. Descomponer en factores primos el número 129600

SOLUCION :

```
NUMERO QUE SE DESEA DESCOMPONER EN FACTORES PRIMOS N =? 129600

 2  2  2  2  2  2  3  3  3  3  5  5    SON LOS FACTORES DE 129600
```

2. Descomponer en factores primos el número 514229

SOLUCION :

```
NUMERO QUE SE DESEA DESCOMPONER EN FACTORES PRIMOS N =? 514229

 514229 ES UN NUMERO PRIMO
```

3. Descomponer en factores primos el número 2342536

SOLUCION :

```
NUMERO QUE SE DESEA DESCOMPONER EN FACTORES PRIMOS N =? 2342536

 2  2  2  7  59  709    SON LOS FACTORES DE 2342536
```

4. Descomponer en factores primos el número 67895123

SOLUCION :

```
NUMERO QUE SE DESEA DESCOMPONER EN FACTORES PRIMOS N =? 67895123

67895123 ES UN NUMERO PRIMO
```

M.C.D. Y M.C.M. DE DOS NUMEROS

introducción:

El presente programa calcula mediante el algoritmo de Euclides el m.c.d. de dos números A y B.

El programa permite conocer también el valor del m.c.m.(A,B).

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM              M A X I M O   C O M U N   D I V I S O R   Y
40 REM
50 REM            M I N I M O   C O M U N   M U L T I P L O   D E
60 REM
70 REM                      D O S   N U M E R O S
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "INTRODUZCA LOS DOS NUMEROS SEPARADOS POR UNA COMA"
120 PRINT
130 INPUT A,B
140 P=A*B
150 R=A-B*INT(A/B)
160 IF R=0 THEN 200
170 A=B
180 B=R
190 GOTO 150
200 PRINT
210 PRINT "M.C.D. (A,B) =";B
220 M=P/B
230 PRINT "M.C.M. (A,B) =";M
240 PRINT
250 PRINT
260 GOTO 110
270 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular el m.c.d. y m.c.m. de 1234 y 360

SOLUCION :

```
INTRODUZCA LOS DOS NUMEROS SEPARADOS POR UNA COMA

? 1234, 360

M.C.D. (A,B) = 2
M.C.M. (A,B) = 222120
```

2. Calcular el m.c.d. y m.c.m. de 32455 y 1024

SOLUCION :

```
INTRODUZCA LOS DOS NUMEROS SEPARADOS POR UNA COMA

? 32455,1024

M.C.D. (A,B) = 1
M.C.M. (A,B) = 33233920
```

3. Calcular el m.c.d. y m.c.m. de 85 y 31365

SOLUCION :

```
INTRODUZCA LOS DOS NUMEROS SEPARADOS POR UNA COMA

? 85, 31365

M.C.D. (A,B) = 85
M.C.M. (A,B) = 31365
```

M.C.D. Y M.C.M. DE TRES NUMEROS

introducción:

El presente programa sirve para calcular el m.c.d. de tres números A,B y C.

En la linea 269 se inicia una subrutina para el cálculo del m.c.d. de dos números.

El programa también cálcula el m.c.m. de los tres números.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM            M A X I M O      C O M U N     D I V I S O R      Y
40 REM
50 REM           M I N I M O     C O M U N     M U L T I P L O     D E
60 REM
70 REM                          T R E S      N U M E R O S
80 REM
90 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "INTRODUZCA LOS TRES NUMEROS SEPARADOS POR UNA COMA"
120 PRINT "ORDENADOS DE MENOR A MAYOR"
130 INPUT A,B,C
140 X=A
150 Y=B
160 P=A*B
170 GOSUB 269
180 M=P/Y
190 X=C
200 GOSUB 269
210 PRINT "M.C.D.(";A;",";B;",";C;")=";Y
220 X=M
230 Y=C
240 GOSUB 269
250 PRINT "M.C.M.(";A;",";B;",";C;")=";Z
260 END
269 REM - SUBRUTINA PARA EL CALCULO DEL M.C.D. DE DOS NUMEROS -
270 Q=INT(X/Y)
280 R=X-Q*Y
```

```
290 IF R=0 THEN 340
300 X=Y
310 Y=R
320 Z=M*C/Y
330 GOTO 270
340 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular el m.c.d. y m.c.m. de los números 1024, 360 y 600

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LOS TRES NUMEROS SEPARADOS POR UNA COMA
ORDENADOS DE MENOR A MAYOR
? 360,  600,   1024
M.C.D.( 360 , 600 , 1024 )= 8
M.C.M.( 360 , 600 , 1024 )= 230400
```

2. Calcular el m.c.d. y m.c.m. de los números 13, 71 y 26

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LOS TRES NUMEROS SEPARADOS POR UNA COMA
ORDENADOS DE MENOR A MAYOR
? 13,   26,  71
M.C.D.( 13 , 26 , 71 )= 1
M.C.M.( 13 , 26 , 71 )= 1846
```

3. Calcular el m.c.d. y m.c.m. de los números 125, 750 y 1500

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LOS TRES NUMEROS SEPARADOS POR UNA COMA
ORDENADOS DE MENOR A MAYOR
? 125,   750,   1500
M.C.D.( 125 , 750 , 1500 )= 125
M.C.M.( 125 , 750 , 1500 )= 1500
```

LISTA DE NUMEROS PRIMOS

introducción:

Este breve programa sirve para cálcular una lista de números primos hasta uno dado.

El procedimiento es parecido a como Eratóstenes realizo su celebre criba.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM          L I S T A    D E    N U M E R O S    P R I M O S
40 REM
50 REM            M E N O R E S    Q U E    O T R O    D A D O
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "INDIQUE HASTA QUE NUMERO DESEA OBTENER LA LISTA DE NUMEROS PRIMOS"
120 INPUT M
130 PRINT
140 PRINT "LISTA DE NUMEROS PRIMOS MENORES QUE";M
150 PRINT
160 FOR N=2 TO M
170 FOR I=2 TO N
180 IF I>SQR(N) THEN GOTO 210
185 R=N-I*INT(N/I)
190 IF R=0 THEN 220
200 NEXT I
210 PRINT N,
220 NEXT N
230 END
```

ejercicios resueltos:

Formar la lista de números primos menores de 2000.

S O L U C I O N :

INDIQUE HASTA QUE NUMERO DESEA OBTENER LA LISTA DE NUMEROS PRIMOS
? 2000

LISTA DE NUMEROS PRIMOS MENORES QUE 2000

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29
31	37	41	43	47	53	59	61	67	71
73	79	83	89	97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223	227	229
233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457	461	463
467	479	487	491	499	503	509	521	523	541
547	557	563	569	571	577	587	593	599	601
607	613	617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719	727	733
739	743	751	757	761	769	773	787	797	809
811	821	823	827	829	839	853	857	859	863
877	881	883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997	1009	1013
1019	1021	1031	1033	1039	1049	1051	1061	1063	1069
1087	1091	1093	1097	1103	1109	1117	1123	1129	1151
1153	1163	1171	1181	1187	1193	1201	1213	1217	1223
1229	1231	1237	1249	1259	1277	1279	1283	1289	1291
1297	1301	1303	1307	1319	1321	1327	1361	1367	1373
1381	1399	1409	1423	1427	1429	1433	1439	1447	1451
1453	1459	1471	1481	1483	1487	1489	1493	1499	1511
1523	1531	1543	1549	1553	1559	1567	1571	1579	1583
1597	1601	1607	1609	1613	1619	1621	1627	1637	1657
1663	1667	1669	1693	1697	1699	1709	1721	1723	1733
1741	1747	1753	1759	1777	1783	1787	1789	1801	1811
1823	1831	1847	1861	1867	1871	1873	1877	1879	1889
1901	1907	1913	1931	1933	1949	1951	1973	1979	1987
1993	1997	1999							

FORMACION ORDENADA DE LOS DIVISORES DE UN NUMERO

introducción:

Este programa sirve para realizar la formación ordenada de todos los divisores de un número.

El programa es evidentemente muy sencillo, pero es de ejecución muy lenta. Se podría obtener un programa mucho mas rápido, a partir de la descomposición en factores primos, pero ello restaría claridad.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM          F O R M A C I O N     O R D E N A D A     D E     L O S
40 REM
50 REM              D I V I S O R E S     D E     U N     N U M E R O
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "INTRODUZCA EL NUMERO N = ";
120 INPUT N
130 M=ABS(N)
140 PRINT
150 PRINT "LOS DIVISORES DE ";N;"SON :"
160 PRINT
170 FOR I=1 TO M
180 IF INT(M/I)<>(M/I) THEN GOTO 200
190 PRINT I,
200 NEXT I
210 PRINT
220 PRINT
230 GOTO110
240 END
```

ejercicios resueltos:

1. Cálcular los divisores de 724.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA EL NUMERO N = ? 724

LOS DIVISORES DE  724 SON :

1        2        4        181        362        724
```

2. Cálcular los divisores de 360.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA EL NUMERO N = ? 360

LOS DIVISORES DE  360 SON :

1                2                3                4                5
6                8                9                10               12
15               18               20               24               30
36               40               45               60               72
90               120              180              360
```

3. Cálcular los divisores de 1024.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA EL NUMERO N = ? 1024

LOS DIVISORES DE  1024 SON :

1                2                4                8                16
32               64               128              256              512
1024
```

4. Cálcular los divisores de 123456.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA EL NUMERO N = ? 123456

LOS DIVISORES DE  123456 SON :

1                2                3                4                6
8                12               16               24               32
48               64               96               192              643
1286             1929             2572             3858             5144
10288            15432            20576            30864            41152
61728            123456
```

NUMERO DE DIVISORES DE UN NUMERO (SUMA Y PRODUCTO)

introducción:

Este interesante programa cálcula:

1°) La descomposición en factores primos de un número.

2°) El número de divisores de un número.

3°) La suma de los divisores de un número.

4°) El producto de los divisores de un número.

El procedimiento es muy sencillo, una vez descompuesto el número en factores primos de la forma:

$$N = a^{l} \cdot b^{m} \; . \; . \; . \; d^{p}$$ se tiene que:

El número de divisores: $D = (l + 1)\ (m + 1)\ \ . \ . \ .\ \ (p + 1)$

La suma de los divisores: $S = \dfrac{a^{l+1} - 1}{a - 1} \cdot \dfrac{b^{m+1} - 1}{b - 1} \ \ldots \ \dfrac{d^{p+1} - 1}{d - 1}$

El producto de los divisores: $P = \sqrt{N^{D}}$

listado del programa:

```
1  REM ***************************************************************************
10 REM
20 REM                    DESCOMPOSICION FACTORIAL DE UN NUMERO
30 REM
40 REM                      NUMERO DE DIVISORES DE UN NUMERO
50 REM
60 REM                     SUMA DE LOS DIVISORES DE UN NUMERO
70 REM
80 REM                   PRODUCTO DE LOS DIVISORES DE UN NUMERO
90 REM
95 REM ***************************************************************************
```

```
100 PRINT
110 PRINT "ESCRIBA EL NUMERO QUE DESEA DESCOMPONER";
120 INPUT N
130 D=1
140 S=1
150 PRINT
160 PRINT
170 PRINT"EL NUMERO";N;"SE DESCOMPONE FACTORIALMENTE DEL SIGUIENTE MODO :"
180 M=N
190 I=2
200 J=0
210 IF INT(N/I)<>(N/I) THEN GOTO 250
220 N=N/I
230 J=J+1
240 GOTO 210
250 IF J=0 THEN GOTO 290
260 PRINT "EL FACTOR";I;"  APARECE";J;"VECES"
270 D=D*(J+1)
280 S=S*(I^(J+1)-1)/(I-1)
290 I=I+1
300 IF I<=N THEN GOTO 200
310 PRINT
320 PRINT "EL NUMERO DE DIVISORES DE";M;"ES = ";D
330 PRINT
340 PRINT "LA SUMA DE LOS DIVISORES DE";M;"ES =";S
350 PRINT
360 PRINT "EL PRODUCTO DE LOS DIVISORES DE";M;"ES =";M;"^";(D/2)
370 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dado el número 360. Cálcular:

1°) Su descomposición en factores primos.

2°) El número de divisores.

3°) La suma de sus divisores.

4°) El producto de sus divisores.

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL NUMERO QUE DESEA DESCOMPONER? 360


EL NUMERO 360 SE DESCOMPONE FACTORIALMENTE DEL SIGUIENTE MODO :
EL FACTOR 2   APARECE 3 VECES
EL FACTOR 3   APARECE 2 VECES
EL FACTOR 5   APARECE 1 VECES

EL NUMERO DE DIVISORES DE 360 ES =  24

LA SUMA DE LOS DIVISORES DE 360 ES = 1170

EL PRODUCTO DE LOS DIVISORES DE 360 ES = 360 ^ 12
```

2. Dado el número 12343456. Cálcular:

1°) Su descomposición en factores primos.

2°) El número de divisores.

3°) La suma de sus divisores.

4°) El producto de sus divisores.

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL NUMERO QUE DESEA DESCOMPONER? 12343456


EL NUMERO 12343456 SE DESCOMPONE FACTORIALMENTE DEL SIGUIENTE MODO :
EL FACTOR 2   APARECE 5 VECES
EL FACTOR 23   APARECE 1 VECES
EL FACTOR 31   APARECE 1 VECES
EL FACTOR 541   APARECE 1 VECES

EL NUMERO DE DIVISORES DE 12343456 ES =  48

LA SUMA DE LOS DIVISORES DE 12343456 ES = 26224128

EL PRODUCTO DE LOS DIVISORES DE 12343456 ES = 12343456 ^ 24
```

3. Dado el número 66759. Cálcular:

1°) Su descomposición en factores primos.

2°) El número de divisores.

3°) La suma de sus divisores.

4°) El producto de sus divisores.

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL NUMERO QUE DESEA DESCOMPONER? 66759


EL NUMERO 66759 SE DESCOMPONE FACTORIALMENTE DEL SIGUIENTE MODO :
EL FACTOR 3   APARECE 1 VECES
EL FACTOR 7   APARECE 1 VECES
EL FACTOR 11   APARECE 1 VECES
EL FACTOR 17   APARECE 2 VECES

EL NUMERO DE DIVISORES DE 66759 ES =  24

LA SUMA DE LOS DIVISORES DE 66759 ES = 117888

EL PRODUCTO DE LOS DIVISORES DE 66759 ES = 66759 ^ 12
```

NUMEROS PERFECTOS PARES

introducción:

Se dice que un número natural es perfecto si es igual a la suma de sus divisores (incluido el uno y excluido el propio número).

Tanto Euclides como Euler demostraron que todo número par perfecto es de la forma: $2^{n-1}(2^n - 1)$, siempre y cuando $2^n - 1$ sea un número - primo.

El presente programa sirve para obtener los números perfectos pares, ya que no se sabe si puede haber números perfectos impares, ahora bien, si los hubiese serían mayores que 10^{50}, asi pues, no los busque con su microordenador.

Los números perfectos pares son tan escasos que algunos matemáticos han llegado a decir que son más difíciles de encontrar que los sellos más valiosos de Correos. Hasta el año 1980 solo se conocían 24 numeros, téngase en cuenta que el noveno número perfecto tiene 37 dígitos.

Es interesante observar:

a) Todo número perfecto par acaba en 28 o en 6.

b) La suma de los recíprocos de los divisores de un número par perfecto es siempre igual a 2.

Asi por ejemplo:

Para el 6 se tiene: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 2$

Para el 28 se tiene: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} = 2$

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM            N U M E R O S    P E R F E C T O S    P A R E S
40 REM
50 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMEROS PERFECTOS PARES"
120 PRINT
130 N=1
140 A=2^N-1
150 I=2
160 IF I>SQR(A) THEN 240
170 R=A-I*INT(A/I)
180 IF R=0 THEN 220
190 IF I<>2 THEN I=I+1
200 I=I+1
210 GOTO 160
220 N=N+1
230 GOTO 140
240 B=(2^(N-1))*(2^N-1)
250 PRINT B
260 N=N+1
270 GOTO 140
280 END
```

ejercicios resueltos:

1. Obtener los 7 primeros números perfectos pares.

S O L U C I O N :

```
NUMEROS PERFECTOS PARES

1
6
28
496
8128
33550336
8589869056
```

NUMEROS AMIGOS

introducción:

Se dice que dos números A y B, son amigos, si B es igual a la suma de todos los divisores de A excepto A, y si A es igual a la suma de todos los divisores de B, excepto B.

Los árabes en el siglo IX, ya tenían fórmulas que permitían obtener números amigos.

Los números $2^n pq$ y $2^n s$ son amigos si son primos los siguientes números:

$$p = 3.2^n-1, \qquad q = 3.2^{n-1} - 1, \qquad s = 9.2^{2n-1}-1$$

Por ello el programa forma p, q y s y prueba si son primos. Cuando los tres lo son, forma A y B y los imprime.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************
20 REM
30 REM                    N U M E R O S     A M I G O S
40 REM
50 REM ***************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMEROS AMIGOS"
120 PRINT
130 N=2
140 P=3*2^N-1
150 M=P
160 GOSUB 279
170 Q=3*2^(N-1)-1
180 M=Q
190 GOSUB 279
200 S=9*2^(2*N-1)-1
210 M=S
220 GOSUB 279
230 A=2^N*P*Q
240 B=2^N*S
250 PRINT A,B
```

```
260 N=N+1
270 GOTO 140
279 REM - SUBRUTINA PARA COMPROBAR SI P,Q,R SON PRIMOS -
280 I=2
290 IF I>=M THEN 360
300 R=M-I*INT(M/I)
310 IF R=0 THEN 340
320 I=I+1
330 GOTO 290
340 N=N+1
350 GOTO 140
360 RETURN
370 END
```

ejercicios resueltos:

1. Obtener los números amigos posibles.

S O L U C I O N :

```
NUMEROS AMIGOS

 220              284
 17296            18416
 9363584          9437056
```

NUMEROS DE MERSENNE

introducción:

Se dice que el número M_p es de Mersenne, si es de la forma:

$$M_p = 2^p - 1$$

siendo p un número primo. Asi pues, a cada número primo p le corresponde un número de Mersenne M_p.

El proceso del programa es muy sencillo, consiste en formar números primos p y posteriormente su M_p asociado.

NOTA.- Estos números deben su nombre al Padre Marín Mersenne (1588-1648), matemático francés, gran amigo de Pascal y de Fermat. Sus trabajos fueron preferentemente sobre teoría de números.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM
40 REM                    N U M E R O S    D E    M E R S E N N E
50 REM
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMEROS DE MERSENNE"
120 PRINT
129 REM - FORMACION DE LA LISTA DE NUMEROS PRIMOS -
130 FOR N=1 TO 100000000
140 FOR I=2 TO SQR(N)
150 IF I*I>N THEN 190
160 R=N-I*INT(N/I)
170 IF R=0 THEN 210
180 NEXT I
190 M=2^N-1
200 PRINT "M";N;"=";M
210 NEXT N
220 END
```

ejercicios resueltos:

1. Obtener los primeros números de MERSENNE.

SOLUCION :

```
NUMEROS DE MERSENNE

M 1 = 1
M 2 = 3
M 3 = 7
M 5 = 31
M 7 = 127
M 11 = 2047
M 13 = 8191
M 17 = 131071
M 19 = 524287
M 23 = 8388607
```

NUMEROS DE FERMAT

introducción:

Se llaman números de Fermat, a los números de la forma:

$$F_n = 2^{2^n} + 1$$

Fermat pensó, que todos estos números serían primos, pero Euler en 1732 descompuso el número $F_5 = 429496729$ en factores del siguiente modo:

$$F_5 = 429496729 = 641.6700417$$

Posteriormente, se ha demostrado que F_n no es primo, cuando n es 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 18, 23, 36, 38, ...

Este programa evidentemente es sencillísimo, pues basta con calcular $2^{2^n} + 1$, variando n.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM
40 REM                    N U M E R O S    D E    F E R M A T
50 REM
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMEROS DE FERMAT"
120 PRINT
130 I=0
140 F=(2^(2^I))+1
150 PRINT "F";I;"=";F
160 I=I+1
170 GOTO 140
180 END
```

ejercicios resueltos:

1. Obtener los cinco primeros números de Fermat.

S O L U C I O N :

```
NUMEROS DE FERMAT

F 0 = 3
F 1 = 5
F 2 = 17
F 3 = 257
F 4 = 65537
```

MULTIPLOS DE UN NUMERO K

introducción:

El presente programa sirve para formar ordenadamente los múltiplos de un número K menores que un número N, prefijado por el programa.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM        F O R M A C I O N    D E    M U L T I P L O S    D E    K
40 REM
50 REM        M E N O R E S    Q U E    U N    N U M E R O    D A D O    N
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "MULTIPLOS DE K =";
120 INPUT K
130 PRINT "HASTA EL NUMERO N =";
140 INPUT N
150 PRINT
160 PRINT
170 PRINT "MULTIPLOS DE";K;"MENORES QUE";N
180 PRINT
190 M=-K
200 M=M+K
210 IF M>=N THEN GOTO 240
220 PRINT M,
230 GOTO 200
240 END
```

ejercicios resueltos:

1. Formar todos los múltiplos de 5 menores de 100.

S O L U C I O N :

```
MULTIPLOS DE K =? 5
HASTA EL NUMERO N =? 100

MULTIPLOS DE 5 MENORES QUE 100

 0      5      10     15     20     25     30     35     40     45
 50     55     60     65     70     75     80     85     90     95
```

2. Formar todos los múltiplos de 3 menores de 500.

S O L U C I O N :

```
MULTIPLOS DE K =? 3
HASTA EL NUMERO N =? 500

MULTIPLOS DE 3 MENORES QUE 500

 0      3      6      9      12     15     18     21     24     27
 30     33     36     39     42     45     48     51     54     57
 60     63     66     69     72     75     78     81     84     87
 90     93     96     99     102    105    108    111    114    117
 120    123    126    129    132    135    138    141    144    147
 150    153    156    159    162    165    168    171    174    177
 180    183    186    189    192    195    198    201    204    207
 210    213    216    219    222    225    228    231    234    237
 240    243    246    249    252    255    258    261    264    267
 270    273    276    279    282    285    288    291    294    297
 300    303    306    309    312    315    318    321    324    327
 330    333    336    339    342    345    348    351    354    357
 360    363    366    369    372    375    378    381    384    387
 390    393    396    399    402    405    408    411    414    417
 420    423    426    429    432    435    438    441    444    447
 450    453    456    459    462    465    468    471    474    477
 480    483    486    489    492    495    498
```

3. Obtener los múltiplos de 37 menores de 1000.

S O L U C I O N :

```
MULTIPLOS DE K =? 37
HASTA EL NUMERO N =? 1000

MULTIPLOS DE 37 MENORES QUE 1000

 0      37     74     111    148    185    222    259    296    333
 370    407    444    481    518    555    592    629    666    703
 740    777    814    851    888    925    962    999
```

MULTIPLOS DE K ENTRE DOS NUMEROS DADOS

introducción:

Este programa sirve para formar ordenadamente los múltiplos de un número K entre dos números dados N_1 y N_2.

Es un caso análogo al programa anterior.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM        F O R M A C I O N    D E    M U L T I P L O S    D E    K
40 REM
50 REM      M A Y O R E S    Q U E    N1    Y    M E N O R E S    Q U E    N2
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "MULTIPLOS DE K =";
120 INPUT K
130 PRINT "ENTRE EL NUMERO N1 =";
140 INPUT N1
150 PRINT "Y EL NUMERO  N2 =";
160 INPUT N2
170 PRINT
180 PRINT
190 PRINT "MULTIPLOS DE";K;"ENTRE";N1;"Y";N2
200 PRINT
210 M=K*(INT(N1/K))
220 M=M+K
230 IF M>=N2 THEN GOTO 260
240 PRINT M,
250 GOTO 220
260 END
```

ejercicios resueltos:

1. Obtener los múltiplos de 7 comprendidos entre 23 y 131.

S O L U C I O N :

```
MULTIPLOS DE K =? 7
ENTRE EL NUMERO N1 =? 23
Y EL NUMERO  N2 =? 131


MULTIPLOS DE 7 ENTRE 23 Y 131

 28      35      42      49      56      63      70      77      84      91
 98      105     112     119     126
```

2. Obtener los múltiplos de 11 comprendidos entre 100 y 1000.

S O L U C I O N :

```
MULTIPLOS DE K =? 11
ENTRE EL NUMERO N1 =? 100
Y EL NUMERO  N2 =? 1000


MULTIPLOS DE 11 ENTRE 100 Y 1000

 110     121     132     143     154     165     176     187     198     209
 220     231     242     253     264     275     286     297     308     319
 330     341     352     363     374     385     396     407     418     429
 440     451     462     473     484     495     506     517     528     539
 550     561     572     583     594     605     616     627     638     649
 660     671     682     693     704     715     726     737     748     759
 770     781     792     803     814     825     836     847     858     869
 880     891     902     913     924     935     946     957     968     979
 990
```

3. Obtener los múltiplos de 17 comprendidos entre 500 y 1500.

S O L U C I O N :

```
MULTIPLOS DE K =? 17
ENTRE EL NUMERO N1 =? 500
Y EL NUMERO  N2 =? 1500


MULTIPLOS DE 17 ENTRE 500 Y 1500

 510     527     544     561     578     595     612     629     646     663
 680     697     714     731     748     765     782     799     816     833
 850     867     884     901     918     935     952     969     986     1003
 1020    1037    1054    1071    1088    1105    1122    1139    1156    1173
 1190    1207    1224    1241    1258    1275    1292    1309    1326    1343
 1360    1377    1394    1411    1428    1445    1462    1479    1496
```

MULTIPLOS COMUNES DE DOS NUMEROS

introducción:

Este programa sirve para formar ordenadamente los múltiplos comunes de A y B, menores que un número dado N.

Para ello en la linea 209, se inicia el cálculo del m.c.m.(A,B) al que llamamos M y posteriormente en la linea 279 se forman los múltiplos de M, que es el menor múltiplo común (excepto el cero).

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM      F O R M A C I O N     D E     M U L T I P L O S     C O M U N E S
40 REM
50 REM            D E     A     Y     B     M E N O R E S     Q U E     N
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "INTRODUZCA A =";
120 INPUT A
130 PRINT "INTRODUZCA B =";
140 INPUT B
150 PRINT "HASTA EL NUMERO  N =";
160 INPUT N
170 PRINT
180 PRINT
190 PRINT "LOS MULTIPLOS COMUNES DE"; A;"Y";B;" MENORES QUE";N;"SON :"
200 PRINT
209 REM - CALCULO DEL M.C.M(A,B) -
210 P=A*B
220 R=A-B*INT(A/B)
230 IF R=0 THEN 270
240 A=B
250 B=R
260 GOTO 220
270 M=P/B
279 REM - FORMACION DE LOS MULTIPLOS -
280 K=-M
290 K=K+M
300 IF K>=N THEN GOTO 330
310 PRINT K,
320 GOTO 290
330 END
```

ejercicios resueltos:

1. Obtener los múltiplos comunes a 3 y 7 menores de 300.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA A =? 3
INTRODUZCA B =? 7
HASTA EL NUMERO  N =? 300

LOS MULTIPLOS COMUNES DE 3 Y 7  MENORES QUE 300 SON :

 0       21      42      63      84      105     126     147     168     189
 210     231     252     273     294
```

2. Obtener los múltiplos comunes a 7 y 17 menores de 1000.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA A =? 7
INTRODUZCA B =? 17
HASTA EL NUMERO  N =? 1000

LOS MULTIPLOS COMUNES DE 7 Y 17  MENORES QUE 1000 SON :

 0       119     238     357     476     595     714     833     952
```

3. Obtener los múltiplos comunes a 2 y 8 menores de 700.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA A =? 2
INTRODUZCA B =? 8
HASTA EL NUMERO  N =? 700

LOS MULTIPLOS COMUNES DE 2 Y 8  MENORES QUE 700 SON :

 0       8       16      24      32      40      48      56      64      72
 80      88      96      104     112     120     128     136     144     152
 160     168     176     184     192     200     208     216     224     232
 240     248     256     264     272     280     288     296     304     312
 320     328     336     344     352     360     368     376     384     392
 400     408     416     424     432     440     448     456     464     472
 480     488     496     504     512     520     528     536     544     552
 560     568     576     584     592     600     608     616     624     632
 640     648     656     664     672     680     688     696
```

CLASES DE RESTOS DE MODULO M

introducción:

Este programa permite calcular las clases de restos módulo M. En la linea 210 limitamos los números congruentes hasta 100. Si se desease calcular los números congruentes hasta otro número, por ejemplo, 1000 sería:

```
210 IF  I >= (1000 - M) THEN GOTO 240
```

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM                    C L A S E S    D E    R E S T O S
40 REM
50 REM                          M O D U L O     M
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "INTRODUZCA EL MODULO  M =";
120 INPUT M
130 PRINT
140 FOR K=0 TO M-1
150 PRINT
160 PRINT
170 PRINT "CLASE DE RESTO ";K;"MODULO";M
180 PRINT
190 I=K
200 PRINT I,
210 IF I>=(100-M) GOTO 240
220 I=I+M
230 GOTO 200
240 NEXT K
250 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular las clases de restos módulo 5 hasta 100.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA EL MODULO  M =? 5


CLASE DE RESTO  0 MODULO 5

 0       5       10      15      20      25      30      35      40      45
 50      55      60      65      70      75      80      85      90      95

CLASE DE RESTO  1 MODULO 5

 1       6       11      16      21      26      31      36      41      46
 51      56      61      66      71      76      81      86      91      96

CLASE DE RESTO  2 MODULO 5

 2       7       12      17      22      27      32      37      42      47
 52      57      62      67      72      77      82      87      92      97

CLASE DE RESTO  3 MODULO 5

 3       8       13      18      23      28      33      38      43      48
 53      58      63      68      73      78      83      88      93      98

CLASE DE RESTO  4 MODULO 5

 4       9       14      19      24      29      34      39      44      49
 54      59      64      69      74      79      84      89      94      99
```

2. Calcular las clases de restos módulo 7 hasta 100.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA EL MODULO  M =? 7


CLASE DE RESTO  0 MODULO 7

 0       7       14      21      28      35      42      49      56      63
 70      77      84      91      98

CLASE DE RESTO  1 MODULO 7

 1       8       15      22      29      36      43      50      57      64
 71      78      85      92      99

CLASE DE RESTO  2 MODULO 7

 2       9       16      23      30      37      44      51      58      65
 72      79      86      93
```

CLASE DE RESTO 3 MODULO 7

3	10	17	24	31	38	45	52	59	66
73	80	87	94						

CLASE DE RESTO 4 MODULO 7

4	11	18	25	32	39	46	53	60	67
74	81	88	95						

CLASE DE RESTO 5 MODULO 7

5	12	19	26	33	40	47	54	61	68
75	82	89	96						

CLASE DE RESTO 6 MODULO 7

6	13	20	27	34	41	48	55	62	69
76	83	90	97						

3. Calcular las clases de restos módulo 3 hasta 100.

SOLUCION :

INTRODUZCA EL MODULO M =? 3

CLASE DE RESTO 0 MODULO 3

0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
30	33	36	39	42	45	48	51	54	57
60	63	66	69	72	75	78	81	84	87
90	93	96	99						

CLASE DE RESTO 1 MODULO 3

1	4	7	10	13	16	19	22	25	28
31	34	37	40	43	46	49	52	55	58
61	64	67	70	73	76	79	82	85	88
91	94	97							

CLASE DE RESTO 2 MODULO 3

2	5	8	11	14	17	20	23	26	29
32	35	38	41	44	47	50	53	56	59
62	65	68	71	74	77	80	83	86	89
92	95	98							

EXPONENTE DE P EN M! (REGLA DE LEGENDRE)

introducción:

Este programa permite calcular el exponente de un número primo p en M !, mediante la llamada regla de Legendre.

Para ello se pasa el número M al sistema de base p, y se sumán las cifras del número expresado en base p, que llamaremos S, entonces según la regla de Legendre se tiene que el exponente de p en M ! es:

$$\frac{M - S}{p - 1}$$

En este programa se ha limitado a factores p menores que 10, en el caso de que se desease factores mayores habría que incluir instrucciones para asignar a A el valor 10, B =11, etc.

Las variables A$ y A se han dimensionado con 100, de manera que al pasar el número a base p tendrá como máximo, 100 cifras.

Si se desea se puede variar esta dimensión.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM          C A L C U L O   D E L   E X P O N E N T E   D E
40 REM
50 REM     D E   U N   N U M E R O   P R I M O   P   E N   M!
60 REM
70 REM              (R E G L A   D E   L E G E N D R E)
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 DIM A$(100),A(100)
120 PRINT "ESCRIBA EL NUMERO  M =";
130 INPUT M
140 R=M
150 PRINT "ESCRIBA EL FACTOR PRIMO (<10) P =";
160 INPUT P
170 PRINT
```

```
179 REM - PASO DEL NUMERO M AL SISTEMA DE BASE P -
180 B$="0123456789"
190 N$=" "
200 C=INT(P*((M/P)-INT(M/P))+1.5)
210 N$=MID$(B$,C,1)+N$
220 M=INT(M/P)
230 IF M>0 THEN GOTO 200
240 PRINT "EL NUMERO ";R;"ES IGUAL A  ";N$;"EN EL SISTEMA DE BASE";P
249 REM - SUMA DE LAS CIFRAS DEL NUMERO OBTENIDO -
250 S=0
260 L=LEN(N$)
270 FOR I=1 TO L-1
280 A$(I)=MID$(N$,I,1)
290 A(I)=VAL(A$(I))
300 S=S+A(I)
310 NEXT I
320 PRINT "LA SUMA DE LAS CIFRAS DEL NUMERO";R;"ESCRITO EN BASE";P;"ES IGUAL A "
;S
329 REM - APLICACION REGLA DE LEGENDRE -
330 N=(R-S)/(P-1)
340 PRINT
350 PRINT "EL EXPONENTE DE";P;"EN FACTORIAL DE";R;" ES IGUAL A  =";N
360 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el exponente de 3, 5 y 7 en 1900!

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL NUMERO  M =? 1900
ESCRIBA EL FACTOR PRIMO (<10) P =? 3

EL NUMERO  1900 ES IGUAL A  2121101 EN EL SISTEMA DE BASE 3
LA SUMA DE LAS CIFRAS DEL NUMERO 1900 ESCRITO EN BASE 3 ES IGUAL A  8

EL EXPONENTE DE 3 EN FACTORIAL DE 1900  ES IGUAL A  = 946


ESCRIBA EL NUMERO  M =? 1900
ESCRIBA EL FACTOR PRIMO (<10) P =? 5

EL NUMERO  1900 ES IGUAL A  30100 EN EL SISTEMA DE BASE 5
LA SUMA DE LAS CIFRAS DEL NUMERO 1900 ESCRITO EN BASE 5 ES IGUAL A  4

EL EXPONENTE DE 5 EN FACTORIAL DE 1900  ES IGUAL A  = 474


ESCRIBA EL NUMERO  M =? 1900
ESCRIBA EL FACTOR PRIMO (<10) P =? 7

EL NUMERO  1900 ES IGUAL A  5353 EN EL SISTEMA DE BASE 7
LA SUMA DE LAS CIFRAS DEL NUMERO 1900 ESCRITO EN BASE 7 ES IGUAL A  16

EL EXPONENTE DE 7 EN FACTORIAL DE 1900  ES IGUAL A  = 314
```

2. Hallar el exponente de 2, 3 y 7 en 300 !

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL NUMERO  M =? 300
ESCRIBA EL FACTOR PRIMO (<10) P =? 2

EL NUMERO  300 ES IGUAL A  100101100 EN EL SISTEMA DE BASE 2
LA SUMA DE LAS CIFRAS DEL NUMERO 300 ESCRITO EN BASE 2 ES IGUAL A  4

EL EXPONENTE DE 2 EN FACTORIAL DE 300  ES IGUAL A  = 296


ESCRIBA EL NUMERO  M =? 300
ESCRIBA EL FACTOR PRIMO (<10) P =? 3

EL NUMERO  300 ES IGUAL A  102010 EN EL SISTEMA DE BASE 3
LA SUMA DE LAS CIFRAS DEL NUMERO 300 ESCRITO EN BASE 3 ES IGUAL A  4

EL EXPONENTE DE 3 EN FACTORIAL DE 300  ES IGUAL A  = 148


ESCRIBA EL NUMERO  M =? 300
ESCRIBA EL FACTOR PRIMO (<10) P =? 7

EL NUMERO  300 ES IGUAL A  606 EN EL SISTEMA DE BASE 7
LA SUMA DE LAS CIFRAS DEL NUMERO 300 ESCRITO EN BASE 7 ES IGUAL A  12

EL EXPONENTE DE 7 EN FACTORIAL DE 300  ES IGUAL A  = 48
```

RESTOS POTENCIALES

introducción:

Este programa sirve para calcular los restos potenciales módulo M.

Para ello se calcula el resto de N^I al dividir por M y se escribe el valor de este resto. Para evitar errores en el cálculo de las potencias, en lugar de calcular el resto de N^2 al dividir por M, calculamos el resto de dividir por M de R * N siendo R el resto de N/M y asi sucesivamente.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM          F O R M A C I O N    D E    L O S    R E S T O S
40 REM
50 REM              P O T E N C I A L E S    M O D U L O    M
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO DEL QUE SE DESEA HALLAR LOS RESTOS POTENCIALES  N =";
120 INPUT N
130 PRINT "MODULO M =";
140 INPUT M
150 PRINT
160 PRINT
170 PRINT "RESTOS POTENCIALES DE";N;"RESPECTO AL MODULO";M
180 PRINT
190 I=0
200 P=N^I
210 R=P-M*INT(P/M)
220 PRINT N;"^";I;"ES CONGRUENTE CON ";R
230 I=I+1
240 P=R*N
250 GOTO 210
260 END
```

ejercicios resueltos:

1. Formar los restos potenciales de 12 módulo 35.

SOLUCION :

```
NUMERO DEL QUE SE DESEA HALLAR LOS RESTOS POTENCIALES  N =? 12
MODULO M =? 35

RESTOS POTENCIALES DE 12 RESPECTO AL MODULO 35

 12 ^ 0 ES CONGRUENTE CON  1
 12 ^ 1 ES CONGRUENTE CON  12
 12 ^ 2 ES CONGRUENTE CON  4
 12 ^ 3 ES CONGRUENTE CON  13
 12 ^ 4 ES CONGRUENTE CON  16
 12 ^ 5 ES CONGRUENTE CON  17
 12 ^ 6 ES CONGRUENTE CON  29
 12 ^ 7 ES CONGRUENTE CON  33
 12 ^ 8 ES CONGRUENTE CON  11
 12 ^ 9 ES CONGRUENTE CON  27
 12 ^ 10 ES CONGRUENTE CON  9
 12 ^ 11 ES CONGRUENTE CON  3
 12 ^ 12 ES CONGRUENTE CON  1
 12 ^ 13 ES CONGRUENTE CON  12
 12 ^ 14 ES CONGRUENTE CON  4
 12 ^ 15 ES CONGRUENTE CON  13
```

2. Formar los restos potenciales de 10 módulo 13.

SOLUCION :

```
NUMERO DEL QUE SE DESEA HALLAR LOS RESTOS POTENCIALES  N =? 10
MODULO M =? 13

RESTOS POTENCIALES DE 10 RESPECTO AL MODULO 13

 10 ^ 0 ES CONGRUENTE CON  1
 10 ^ 1 ES CONGRUENTE CON  10
 10 ^ 2 ES CONGRUENTE CON  9
 10 ^ 3 ES CONGRUENTE CON  12
 10 ^ 4 ES CONGRUENTE CON  3
 10 ^ 5 ES CONGRUENTE CON  4
 10 ^ 6 ES CONGRUENTE CON  1
 10 ^ 7 ES CONGRUENTE CON  10
 10 ^ 8 ES CONGRUENTE CON  9
```

3. Formar los restos potenciales de 10 módulo 19.

SOLUCION :

```
NUMERO DEL QUE SE DESEA HALLAR LOS RESTOS POTENCIALES  N =? 10
MODULO M =? 19


RESTOS POTENCIALES DE 10 RESPECTO AL MODULO 19

 10 ^ 0 ES CONGRUENTE CON  1
 10 ^ 1 ES CONGRUENTE CON  10
 10 ^ 2 ES CONGRUENTE CON  5
 10 ^ 3 ES CONGRUENTE CON  12
 10 ^ 4 ES CONGRUENTE CON  6
 10 ^ 5 ES CONGRUENTE CON  3
 10 ^ 6 ES CONGRUENTE CON  11
 10 ^ 7 ES CONGRUENTE CON  15
 10 ^ 8 ES CONGRUENTE CON  17
 10 ^ 9 ES CONGRUENTE CON  18
 10 ^ 10 ES CONGRUENTE CON  9
 10 ^ 11 ES CONGRUENTE CON  14
 10 ^ 12 ES CONGRUENTE CON  7
 10 ^ 13 ES CONGRUENTE CON  13
 10 ^ 14 ES CONGRUENTE CON  16
 10 ^ 15 ES CONGRUENTE CON  8
 10 ^ 16 ES CONGRUENTE CON  4
 10 ^ 17 ES CONGRUENTE CON  2
 10 ^ 18 ES CONGRUENTE CON  1
 10 ^ 19 ES CONGRUENTE CON  10
 10 ^ 20 ES CONGRUENTE CON  5
 10 ^ 21 ES CONGRUENTE CON  12
```

CALCULO DE LA ULTIMA CIFRA DE UNA POTENCIA

introducción:

Este programa sirve para calcular la última cifra de una potencia. Para ello se inicia en 179, el cálculo de los restos potenciales, módulo 10, cuando el índice I es igual al exponente se imprime el resto R, que es la última cifra de la potencia N^M.

Se podría haber realizado un algoritmo de ejecución más rápida, pero perdería claridad el programa.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM          C A L C U L O    D E    L A    U L T I M A    C I F R A
40 REM
50 REM                   D E    L A    P O T E N C I A      N^M
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO DEL QUE DESEA HALLAR LA ULTIMA CIFRA DE SU POTENCIA N^M, N =";
120 INPUT N
130 PRINT "EXPONENTE M =";
140 INPUT M
150 PRINT
160 PRINT
170 PRINT "LA ULTIMA CIFRA DE ";N;"^";M;"ES =";
179 REM - CALCULO DE LOS RESTOS POTENCIALES MODULO 10 -
180 I=0
190 P=N^I
200 R=P-10*INT(P/10)
210 IF I=M GOTO 250
220 I=I+1
230 P=R*N
240 GOTO 200
250 PRINT R
260 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar la última cifra de 17^{819}.

S O L U C I O N :

```
NUMERO DEL QUE DESEA HALLAR LA ULTIMA CIFRA DE SU POTENCIA N^M, N =? 17
EXPONENTE M =? 819

LA ULTIMA CIFRA DE  17 ^ 819 ES = 3
```

2. Hallar la última cifra de 137^{36}.

S O L U C I O N :

```
NUMERO DEL QUE DESEA HALLAR LA ULTIMA CIFRA DE SU POTENCIA N^M, N =? 137
EXPONENTE M =? 36

LA ULTIMA CIFRA DE  137 ^ 36 ES = 1
```

3. Hallar la última cifra de 69^{318}.

S O L U C I O N :

```
NUMERO DEL QUE DESEA HALLAR LA ULTIMA CIFRA DE SU POTENCIA N^M, N =? 69
EXPONENTE M =? 318

LA ULTIMA CIFRA DE  69 ^ 318 ES = 1
```

CALCULO DEL RESTO DE DIVIDIR UNA POTENCIA POR M

introducción:

Este es otro programa de aplicación de los números congruentes que sirve para calcular el resto de dividir una potencia N^E por M.Para ello se calculan los restos potenciales módulo M, en la linea 270 se impone la condición de que si los restos potenciales se repiten ese es el resto, en la linea 280 se dice que si un resto potencial vale la unidad se estudia el ciclo completo I de restos potenciales distintos para de esta forma calcular el resto de dividir el exponente E por I, ese será el resto buscado.

Las variables R y P se dimensionan con 100, pues se confía que no haya sumas de 100 restos distintos.

Si se desea se puede variar esta dimensión.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM              C A L C U L O     D E L     R E S T O     D E
40 REM
50 REM   D I V I D I R     L A     P O T E N C I A     N^E     P O R     M
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 DIM R(100),P(100)
120 PRINT "CALCULO DEL RESTO DE DIVIDIR N^E POR M"
130 PRINT
140 PRINT "INTRODUZCA LA BASE DE LA POTENCIA  N =";
150 INPUT N
160 PRINT "INTRODUZCA EL EXPONENTE  E =";
170 INPUT E
180 PRINT "INTRODUZCA EL MODULO M =";
190 INPUT M
200 PRINT
```

```
210 PRINT
219 REM - CALCULO DE LOS RESTOS POTENCIALES MODULO M -
220 I=0
230 R(I)=1
240 I=I+1
250 P(I)=R(I-1)*N
260 R(I)=P(I)-M*INT(P(I)/M)
270 IF R(I)=R(I-1) THEN GOTO 300
280 IF R(I)=1 THEN GOTO 320
290 GOTO 240
300 PRINT "EL RESTO DE DIVIDIR";N;"^";E;"POR";M;"ES IGUAL A ";R(I)
310 STOP
320 R=E-I*INT(E/I)
330 I=R
340 GOTO 300
350 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el resto de dividir 1654^{29} por 7.

SOLUCION :

```
CALCULO DEL RESTO DE DIVIDIR N^E POR M

INTRODUZCA LA BASE DE LA POTENCIA  N =? 1654
INTRODUZCA EL EXPONENTE  E =? 29
INTRODUZCA EL MODULO M =? 7


EL RESTO DE DIVIDIR 1654 ^ 29 POR 7 ES IGUAL A  4
```

2. Hallar el resto de dividir 4^{2523} por 8.

SOLUCION :

```
CALCULO DEL RESTO DE DIVIDIR N^E POR M

INTRODUZCA LA BASE DE LA POTENCIA  N =? 4
INTRODUZCA EL EXPONENTE  E =? 2523
INTRODUZCA EL MODULO M =? 8


EL RESTO DE DIVIDIR 4 ^ 2523 POR 8 ES IGUAL A  0
```

3. Hallar el resto de dividir 64^{328} por 9.

SOLUCION :

```
INTRODUZCA LA BASE DE LA POTENCIA  N =? 64
INTRODUZCA EL EXPONENTE  E =? 328
INTRODUZCA EL MODULO M =? 9


EL RESTO DE DIVIDIR 64 ^ 328 POR 9 ES IGUAL A  1
```

RESTOS CUADRATICOS

introducción:

Este programa sirve para la formación de los restos cuadráticos módulo M.

Se llama resto cuadrático módulo M a todo número que es congruente módulo M con un cuadrado perfecto.

Los restos cuadráticos más sencillos son los restos que se obtienen al dividir por M los números $1^2, 2^2, 3^2, \ldots, M^2$.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM          F O R M A C I O N    D E    L O S    R E S T O S
40 REM
50 REM              C U A D R A T I C O S    M O D U L O    M
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "INTRODUZCA EL MODULO M =";
120 INPUT M
130 PRINT
140 PRINT
150 PRINT "RESTOS CUADRATICOS  (MODULO ";M;")"
160 PRINT
170 FOR I=1 TO M
180 C=I*I
190 D=C/M
200 R=C-M*INT(C/M)
210 PRINT I;"^2  CONGRUENTE CON "; R; "MODULO";M
220 NEXT I
230 END
```

ejercicios resueltos:

1. Formar los restos cuadráticos módulo 24.

SOLUCION:

```
INTRODUZCA EL MODULO M =? 24


RESTOS CUADRATICOS  (MODULO  24 )

 1 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 24
 2 ^2  CONGRUENTE CON  4 MODULO 24
 3 ^2  CONGRUENTE CON  9 MODULO 24
 4 ^2  CONGRUENTE CON  16 MODULO 24
 5 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 24
 6 ^2  CONGRUENTE CON  12 MODULO 24
 7 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 24
 8 ^2  CONGRUENTE CON  16 MODULO 24
 9 ^2  CONGRUENTE CON  9 MODULO 24
 10 ^2  CONGRUENTE CON  4 MODULO 24
 11 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 24
 12 ^2  CONGRUENTE CON  0 MODULO 24
 13 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 24
 14 ^2  CONGRUENTE CON  4 MODULO 24
 15 ^2  CONGRUENTE CON  9 MODULO 24
 16 ^2  CONGRUENTE CON  16 MODULO 24
 17 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 24
 18 ^2  CONGRUENTE CON  12 MODULO 24
 19 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 24
 20 ^2  CONGRUENTE CON  16 MODULO 24
 21 ^2  CONGRUENTE CON  9 MODULO 24
 22 ^2  CONGRUENTE CON  4 MODULO 24
 23 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 24
 24 ^2  CONGRUENTE CON  0 MODULO 24
```

2. Formar los restos cuadráticos módulo 11

SOLUCION:

```
INTRODUZCA EL MODULO M =? 11


RESTOS CUADRATICOS  (MODULO  11 )

 1 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 11
 2 ^2  CONGRUENTE CON  4 MODULO 11
 3 ^2  CONGRUENTE CON  9 MODULO 11
 4 ^2  CONGRUENTE CON  5 MODULO 11
 5 ^2  CONGRUENTE CON  3 MODULO 11
 6 ^2  CONGRUENTE CON  3 MODULO 11
 7 ^2  CONGRUENTE CON  5 MODULO 11
 8 ^2  CONGRUENTE CON  9 MODULO 11
 9 ^2  CONGRUENTE CON  4 MODULO 11
 10 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 11
 11 ^2  CONGRUENTE CON  0 MODULO 11
```

3. Formar los restos cuadráticos módulo 17.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA EL MODULO M =?17

RESTOS CUADRATICOS  (MODULO  17 )

 1 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 17
 2 ^2  CONGRUENTE CON  4 MODULO 17
 3 ^2  CONGRUENTE CON  9 MODULO 17
 4 ^2  CONGRUENTE CON  16 MODULO 17
 5 ^2  CONGRUENTE CON  8 MODULO 17
 6 ^2  CONGRUENTE CON  2 MODULO 17
 7 ^2  CONGRUENTE CON  15 MODULO 17
 8 ^2  CONGRUENTE CON  13 MODULO 17
 9 ^2  CONGRUENTE CON  13 MODULO 17
 10 ^2  CONGRUENTE CON  15 MODULO 17
 11 ^2  CONGRUENTE CON  2 MODULO 17
 12 ^2  CONGRUENTE CON  8 MODULO 17
 13 ^2  CONGRUENTE CON  16 MODULO 17
 14 ^2  CONGRUENTE CON  9 MODULO 17
 15 ^2  CONGRUENTE CON  4 MODULO 17
 16 ^2  CONGRUENTE CON  1 MODULO 17
 17 ^2  CONGRUENTE CON  0 MODULO 17
```

FACTORIAL DE UN NUMERO

introducción:

Este programa calcula el factorial de un número natural. Si el número es mayor que 69, el programa imprime un mensaje en el sentido de que el número pedido es demasiado grande por exceder de 99 cifras.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM                C A L C U L O     D E L     F A C T O R I A L
40 REM
50 REM                          D E     U N     N U M E R O
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "QUE FACTORIAL DESEA HALLAR N =";
120 INPUT N
130 IF N>69 THEN GOTO 270
140 I=0
150 F=1
160 I=I+1
170 F=F*I
180 IF I<N THEN GOTO 160
190 PRINT "EL FACTORIAL DE";N;"ES = ";F
200 PRINT
210 PRINT
220  PRINT "DESEA REALIZAR OTRO CALCULO ? (S/N)";
230 INPUT C$
240 IF C$="N" THEN GOTO 290
250 PRINT
260 GOTO 100
270 PRINT "EL NUMERO PEDIDO ES DEMASIADO GRANDE EXCEDE DE 99 CIFRAS"
280 GOTO 200
290 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular los siguientes números factoriales: 7! , 17!, 11!, 10! .

SOLUCION :

```
QUE FACTORIAL DESEA HALLAR N =? 7
EL FACTORIAL DE 7 ES =  5040

DESEA REALIZAR OTRO CALCULO ? (S/N)?S

QUE FACTORIAL DESEA HALLAR N =? 17
EL FACTORIAL DE 17 ES =  3.5568743E+14

DESEA REALIZAR OTRO CALCULO ? (S/N)? S

QUE FACTORIAL DESEA HALLAR N =? 11
EL FACTORIAL DE 11 ES =  39916800

DESEA REALIZAR OTRO CALCULO ? (S/N)? S

QUE FACTORIAL DESEA HALLAR N =? 10
EL FACTORIAL DE 10 ES =  3628800
```

NUMERO DE CIFRAS DEL FACTORIAL DE UN NUMERO

introducción:

Este programa cálcula el número de cifras del factorial de un número. El procedimiento esta basado en lo siguiente:

$$N! = N(N-1)(N-2) \ . \ . \ . \ 3.2.1$$

$$A = \log N! = \log(N(N-1)(N-2) \ . \ . \ . \ 3.2.1) =$$

$$= \log N + \log(N-1) + \log(N-2) + \ldots + \log 3 + \log 2 + \log 1$$

Como en la mayoría de los microordenadores la función logaritmo neperiano se expresa por LOG; por eso el logaritmo decimal lo expresamos como:

$$\frac{LOG(I)}{LOG(10)}$$

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM              N U M E R O     D E     C I F R A S     D E L
40 REM
50 REM             F A C T O R I A L    D E     U N,   N U M E R O
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT " QUE FACTORIAL DESEA HALLAR  N =";
120 INPUT N
130 A=0
140 FOR I=N TO 1 STEP -1
150 A=A+LOG(I)/LOG(10)
160 NEXT I
170 B=INT(A)+1
180 PRINT N;"FACTORIAL TIENE";B;"CIFRAS"
190 PRINT
200 PRINT
210 PRINT
```

```
220 PRINT "DESEA REALIZAR OTRO CALCULO ? (S/N)";
230 INPUT C$
240 IF C$="N" THEN GOTO 270
250 PRINT
260 GOTO 100
270 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular el número de cifras de los siguientes números factoriales:

50! 300! 40! 80! 1000!

S O L U C I O N :

```
QUE FACTORIAL DESEA HALLAR  N =? 50
50 FACTORIAL TIENE 65 CIFRAS


DESEA REALIZAR OTRO CALCULO ? (S/N)? S


 QUE FACTORIAL DESEA HALLAR  N =? 300
 300 FACTORIAL TIENE 615 CIFRAS


DESEA REALIZAR OTRO CALCULO ? (S/N)? S


 QUE FACTORIAL DESEA HALLAR  N =? 40
 40 FACTORIAL TIENE 48 CIFRAS


DESEA REALIZAR OTRO CALCULO ? (S/N)?S


 QUE FACTORIAL DESEA HALLAR  N =? 80
 80 FACTORIAL TIENE 119 CIFRAS


DESEA REALIZAR OTRO CALCULO ? (S/N)? S


 QUE FACTORIAL DESEA HALLAR  N =? 1000
1000 FACTORIAL TIENE 2568 CIFRAS
```

FACTORIAL DE UN NUMERO CON TODAS SUS CIFRAS

introducción:

Este programa sirve para obtener el factorial de un número natural con todas sus cifras.

Es este un caso de precisión ampliada, dado que el n°14 ! excede de 10 cifras que es la presentación más usual en la mayoría de los micro ordenadores.

El programa es muy lento debido al gran número de operaciones que hay que realizar.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM            F A C T O R I A L    D E    U N    N U M E R O
40 REM
50 REM                C O N   T O D A S   S U S   C I F R A S
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 DIM C(300)
110 PRINT "QUE FACTORIAL DESEA HALLAR  N =";
120 INPUT N
130 PRINT
140 A=0
150 B=1
160 C(1)=1
170 PRINT "EL FACTORIAL DE ";N;"CON TODAS SUS CIFRAS ES ="
180 FOR I=1 TO N
190 D=B-2
200 B=1
210 F=A+I*C(B)
220 A=INT(F/1E7)
230 C(B)=F-A*1E7
240 IF D<B AND F=0 THEN GOTO  270
250 B=B+1
260 GOTO 210
270 NEXT I
280 PRINT
```

```
290 B=B-1
300 FOR F=B TO 1 STEP -1
310 IF C(F)=0 THEN GOTO  520
320 G=7-INT(LOG(C(F))/LOG(10))
330 GOTO 360
340 NEXT F
350 GOTO 540
360 ON G GOTO 380,400,420,440,460,480,500
370 STOP
380 PRINT "  ";C(F);
390 GOTO 340
400 PRINT "  0";C(F);
410 GOTO 340
420 PRINT "  00";C(F);
430 GOTO 340
440 PRINT "  000";C(F);
450 GOTO 340
460 PRINT "  0000";C(F);
470 GOTO 340
480 PRINT "  00000";C(F);
490 GOTO 340
500 PRINT "  000000";C(F);
510 GOTO 340
520 PRINT "  0000000";
530 GOTO 340
540 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular con todas sus cifras 120! .

S O L U C I O N :

```
QUE FACTORIAL DESEA HALLAR  N =? 120

EL FACTORIAL DE  120 CON TODAS SUS CIFRAS ES =

  0000 668    9502913    4491270    5758811    8054090    3725867    5274633
 3138029    8102956    7135230    1633557    2449629    8936687    4165271
 9849813   0 815763    7893214   0 905525    3440858    9408121    8598984
 8111438    9650005    9649605    2125696   0000000   0000000   0000000   0000000
```

2. Calcular con todas sus cifras 300! .

S O L U C I O N :

```
QUE FACTORIAL DESEA HALLAR  N =? 300

EL FACTORIAL DE  300 CON TODAS SUS CIFRAS ES =

  0 306057    5122164    4063603    5370461    2972686    2938858    8804173
 5769994    1677674    1259476    5331767    1686746    5515291    4224775
 7334993    9147888    7017263    6886426    3907759   00 31542    2684292
 7906974    5598412    2547693   0 271954    6040080    1221577    6252176
 8542559    6535690    3506788    7252643    2189626    4299365    2045764
 4883038    8909753    9434896    2543605    3225980    7765212    7082243
```

```
7639449    1201286    7867536    8305712    2936819    4364995    6460498
1664502    2771650   0 185176    5464693    4011222    6034729    7240663
3325858    3506870    1501697    9416885   0 353752    1375549    1028912
6407157    1548302    8228493    7952636    5801452    3523315    6936482
2334367    9925459    4095276    8206080    6223281    2387383    8808170
4960000   0000000   0000000   0000000   0000000   0000000   0000000   0000000
 0000000   0000000   0000000
```

3. Calcular con todas sus cifras 70! .

S O L U C I O N :

```
QUE FACTORIAL DESEA HALLAR  N =? 70

EL FACTORIAL DE  70 CON TODAS SUS CIFRAS ES =

  0000 119    7857166    9969891    7960727    8372168    9098736    4589381
 4254642    5857555    3628646    2800958    2789845    3196800   0000000
  0000000
```

COMBINACIONES SIN REPETICION

introducción:

Este programa sirve para calcular, el número de combinaciones sin repetición que se pueden hacer con M objetos tomados de N en N.

La ejecución es extremadamente simple, se podría mejorar el programa, añadiendo la instrucción: 145 IF N > M-N THEN N = M-N Esto simplifica mucho los cálculos ya que en lugar de calcular:

$$\binom{40}{38} \quad \text{calcula} \quad \binom{40}{2}$$

por la propiedad de los números combinatorios.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    C O M B I N A C I O N E S     S I N
40 REM
50 REM                          R E P E T I C I O N
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT"NUMERO TOTAL DE OBJETOS    M=";
120 INPUT M
130 PRINT "TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N=";
140 INPUT N
150 PRINT:IF N=0 THEN C=1: GOTO 210
160 IF N>M THEN 290
169 REM - CALCULO DE LAS COMBINACIONES SIN REPETICION -
170 C=1
180 FOR J=1 TO N
190 C=C*(M-J+1)/J
200 NEXT J
210 PRINT "EL NUMERO DE COMBINACIONES DE";M;"ELEMENTOS TOMADOS";N;"A";N;"ES=";C
220 PRINT
230 PRINT
239 REM - PARA REALIZAR MAS CALCULOS -
240 PRINT "DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)";
250 INPUT C$
```

```
260 IF C$="N" THEN GOTO 310
270 PRINT
280 GOTO 100
290 PRINT "INPOSIBLE M HA DE SER MAYOR QUE N"
300 GOTO 240
310 END
```

ejercicios resueltos:

1. En una reunión de 30 personas se decide formar comisiones con 6 personas para estudiar un cierto plan. ¿Cuántas comisiones diferentes se pueden formar?.

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M=? 30
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N=? 6

EL NUMERO DE COMBINACIONES DE 30 ELEMENTOS TOMADOS 6 A 6 ES= 593775
```

2. En cada programa de radio intervienen cuatro locutores. Si una cadena de radio dispone de 20 locutores, ¿de cuántas formas distintas se puede presentar un programa?.

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M=? 20
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N=? 4

EL NUMERO DE COMBINACIONES DE 20 ELEMENTOS TOMADOS 4 A 4 ES= 4845
```

3. La plantilla de un equipo de fútbol está compuesta por tres porteros, siete defensas, cinco medios y 8 delanteros. ¿Cuántas alineaciones distintas podrá formar el entrenador, suponiendo que cada jugador solamente puede ser alineado en su demarcación?. Nota: Un equipo de futbol se compone de un portero, tres defensas, dos medios y cinco delanteros.

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M=? 3
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N=? 1

EL NUMERO DE COMBINACIONES DE 3 ELEMENTOS TOMADOS 1 A 1 ES= 3


DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)? S
```

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M=? 7
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N=? 3

EL NUMERO DE COMBINACIONES DE 7 ELEMENTOS TOMADOS 3 A 3 ES= 35


DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)? S

NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M=? 5
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N=? 2

EL NUMERO DE COMBINACIONES DE 5 ELEMENTOS TOMADOS 2 A 2 ES= 10


DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)? S

NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M=? 8
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N=? 5

EL NUMERO DE COMBINACIONES DE 8 ELEMENTOS TOMADOS 5 A 5 ES= 56
```

El número de alineaciones será: $C_{3,1} \cdot C_{7,3} \cdot C_{5,2} \cdot C_{8,5} = 3.35.10.56 =$

$= 58800$

4. ¿Cuantos segmentos se pueden formar con los vértices de un octógono? ¿Y un decágono?.

SOLUCION :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS      M=? 8
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS   N=? 2

EL NUMERO DE COMBINACIONES DE 8 ELEMENTOS TOMADOS 2 A 2 ES= 28


DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)

NUMERO TOTAL DE OBJETOS      M=? 10
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS   N=? 2

EL NUMERO DE COMBINACIONES DE 10 ELEMENTOS TOMADOS 2 A 2 ES= 45
```

VARIACIONES SIN REPETICION

introducción:

Este programa sirve para calcular el número de variaciones sin repetición de M objetos tomados de N en N.

En caso de que, por error, el usuario introduzca un valor de N mayor que M el programa emite un mensaje en el sentido de que M ha de ser mayor o igual que N.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM                    V A R I A C I O N E S          S I N
40 REM
50 REM                           R E P E T I C I O N
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT"NUMERO TOTAL DE OBJETOS    M=";
120 INPUT M
130 PRINT "TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N=";
140 INPUT N
150 PRINT:IF N=0 THEN V=1: GOTO 210
160 IF N>M THEN 290
169 REM - CALCULO DE LAS VARIACIONES SIN REPETICION -
170 V=1
180 FOR J=1 TO N
190 V=V*(M-J+1)
200 NEXT J
210 PRINT "EL NUMERO DE VARIACIONES DE";M;"ELEMENTOS TOMADOS";N;"A";N;"ES=";V
220 PRINT
230 PRINT
239 REM - PARA REALIZAR MAS CALCULOS -
240 PRINT "DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)";
250 INPUT C$
260 IF C$="N" THEN GOTO 310
270 PRINT
280 GOTO 100
290 PRINT "INPOSIBLE M HA DE SER MAYOR QUE N"
300 GOTO 240
310 END
```

ejercicios resueltos:

1. ¿De cuántos modos diferentes se pueden repartir dos premios distintos entre Angel,Javier , Pablo y Daniel, de modo que ninguno de ellos reciba los dos premios?.

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M=? 4
TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N=? 2

EL NUMERO DE VARIACIONES DE 4 ELEMENTOS TOMADOS 2 A 2 ES= 12
```

2. Con las letras de la palabra FUTBOL, ¿cuántas palabras de 4 letras se pueden formar?¿cuántas empiezan por vocal y terminan también en vocal?

S O L U C I O N :

1°)

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M=? 6
TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N=? 4

EL NUMERO DE VARIACIONES DE 6 ELEMENTOS TOMADOS 4 A 4 ES= 360
```

2°)

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M=? 2
TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N=? 2

EL NUMERO DE VARIACIONES DE 2 ELEMENTOS TOMADOS 2 A 2 ES= 2

DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)? S


NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M=? 4
TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N=? 2

EL NUMERO DE VARIACIONES DE 4 ELEMENTOS TOMADOS 2 A 2 ES= 12
```

El resultado pedido es: $V_{2,2} \cdot V_{4,2} = 2 \cdot 12 = 24$

3. ¿Cuántos números de tres cifras sin repetirse ninguna se pueden formar con los dígitos 1,2,3,4,5,6,7,8 y 9?

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M=? 9
TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N=? 3

EL NUMERO DE VARIACIONES DE 9 ELEMENTOS TOMADOS 3 A 3 ES= 504
```

FORMACION ORDENADA DE LAS VARIACIONES SIN REPETICION

introducción:

Este programa sirve para formar ordenadamente las variaciones sin repetición de 5 elementos tomados de 3 en 3.

Es necesario introducir los elementos (letras o números) ordenados con el fin de que las variaciones salgan ordenadas.

Analogamente a como se ha hecho en este caso para $V_{5.3}$ se puede hacer para $V_{m.n}$ ahora bien es preciso hacer ver, que a medida que el número de objetos aumenta, la programación siendo análoga se hace más compleja.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM          F O R M A C I O N      O R D E N A D A     D E     L A S
40 REM
50 REM           V A R I A C I O N E S     S I N    R E P E T I C I O N
60 REM
70 REM    D E    5    E L E M E N T O S    T O M A D O S    3    A    3
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESCRIBA POR ORDEN ALFABETICO LAS CINCO LETRAS QUE QUIERE VARIAR"
120 PRINT
130 INPUT A$(1),A$(2),A$(3),A$(4),A$(5)
140 PRINT
150 FOR J1=1 TO 5
160 FOR J2=1 TO 5
170 IF J2=J1 THEN GOTO 230
180 FOR J3=1 TO 5
190 IF J3=J1 THEN GOTO 220
200 IF J3=J2 THEN GOTO 220
210 PRINT A$(J1);A$(J2);A$(J3),
220 NEXT J3
230 NEXT J2
240 NEXT J1
250 END
```

ejercicios resueltos:

1. Formar ordenadamente las variaciones ternarias sin repetición que se pueden hacer con las letras A,B,C,D,E.

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA POR ORDEN ALFABETICO LAS CINCO LETRAS QUE QUIERE VARIAR

?A      B       C       D       E

ABC     ABD     ABE     ACB     ACD     ACE     ADB     ADC     ADE     AEB
AEC     AED     BAC     BAD     BAE     BCA     BCD     BCE     BDA     BDC
BDE     BEA     BEC     BED     CAB     CAD     CAE     CBA     CBD     CBE
CDA     CDB     CDE     CEA     CEB     CED     DAB     DAC     DAE     DBA
DBC     DBE     DCA     DCB     DCE     DEA     DEB     DEC     EAB     EAC
EAD     EBA     EBC     EBD     ECA     ECB     ECD     EDA     EDB     EDC
```

2. Formar ordenadamente las variaciones ternarias sin repetición que se pueden hacer con los dígitos 1,2,3,4 y 5.

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA POR ORDEN ALFABETICO LAS CINCO LETRAS QUE QUIERE VARIAR

?1      2       3       4       5

123     124     125     132     134     135     142     143     145     152
153     154     213     214     215     231     234     235     241     243
245     251     253     254     312     314     315     321     324     325
341     342     345     351     352     354     412     413     415     421
423     425     431     432     435     451     452     453     512     513
514     521     523     524     531     532     534     541     542     543
```

PERMUTACIONES SIN REPETICION

introducción:

El presente programa sirve para calcular el número de permutaciones sin repetición de N objetos. El programa es análogo al que permite hallar el factorial de N.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    P E R M U T A C I O N E S     S I N
40 REM
50 REM                          R E P E T I C I O N
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT"NUMERO TOTAL DE OBJETOS    N=";
120 INPUT N
130 PRINT
139 REM - CALCULO DE LAS PERMUTACIONES SIN REPETICION -
140 P=1
150 FOR J=1 TO N
160 P=P*(N-J+1)
170 NEXT J
180 PRINT "EL NUMERO DE PERMUTACIONES DE";N;"ELEMENTOS ES=";P
190 PRINT
200 PRINT
209 REM - PARA REALIZAR MAS CALCULOS -
210 PRINT "DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)";
220 INPUT C$
230 IF C$="N" THEN GOTO 260
240 PRINT
250 GOTO 100
260 END
```

ejercicios resueltos:

1. ¿Cuántas palabras distintas se pueden formar con las letras de la palabra PERMUTACION?.¿Cuántas empiezan por la letra E y terminan en ON?.

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     N=? 11

EL NUMERO DE PERMUTACIONES DE 11 ELEMENTOS ES= 39916800

DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)? S

NUMERO TOTAL DE OBJETOS     N=? 8

EL NUMERO DE PERMUTACIONES DE 8 ELEMENTOS ES= 40320

DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)? N
```

2. Calcular el número de aplicaciones biyectivas del conjunto $A = \{ \text{vocales} \}$ en si mismo.

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     N=? 5

EL NUMERO DE PERMUTACIONES DE 5 ELEMENTOS ES= 120
```

FORMACION ORDENADA DE LAS PERMUTACIONES SIN REPETICION

introducción:

Este programa permite formar ordenadamente las permutaciones sin repetición de 5 elementos. Si se desea que los grupos de las permutaciones aparezcan ordenados, es necesario introducir los 5 elementos (letras o números)ordenados.

Análogamente a como se ha hecho para 5 se haría para N, ahora bien teniendo en cuenta, que a medida que N crece el programa se va haciendo más complicado.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                F O R M A C I O N     O R D E N A D A
40 REM
50 REM              D E    L A S    P E R M U T A C I O N E S
60 REM
70 REM        S I N    R E P E T I C I O N    D E    5    L E T R A S
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESCRIBA POR ORDEN ALFABETICO LAS CINCO LETRAS QUE QUIERE PERMUTAR"
120 PRINT
130 INPUT A$(1),A$(2),A$(3),A$(4),A$(5)
140 PRINT
150 FOR J1=1 TO 5
160 FOR J2=1 TO 5
170 IF J2=J1 THEN GOTO 290
180 FOR J3=1 TO 5
190 IF J3=J1 THEN GOTO 280
200 IF J3=J2 THEN GOTO 280
210 FOR J4=1 TO 5
220 IF J4=J1 THEN GOTO 270
230 IF J4=J2 THEN GOTO 270
240 IF J4=J3 THEN GOTO 270
250 J5=15-(J1+J2+J3+J4)
260 PRINT A$(J1);A$(J2);A$(J3);A$(J4);A$(J5),
270 NEXT J4
280 NEXT J3
290 NEXT J2
300 NEXT J1
310 END
```

ejercicios resueltos:

1. Formar ordenadamente todas las permutaciones que se pueden hacer con las 5 vocales.

SOLUCION :

```
ESCRIBA POR ORDEN ALFABETICO LAS CINCO LETRAS QUE QUIERE PERMUTAR

?A      E       I       O       U

AEIOU   AEIUO   AEOIU   AEOUI   AEUIO   AEUOI   AIEOU   AIEUO   AIOEU   AIOUE
AIUEO   AIUOE   AOEIU   AOEUI   AOIEU   AOIUE   AOUEI   AOUIE   AUEIO   AUEOI
AUIEO   AUIOE   AUOEI   AUOIE   EAIOU   EAIUO   EAOIU   EAOUI   EAUIO   EAUOI
EIAOU   EIAUO   EIOAU   EIOUA   EIUAO   EIUOA   EOAIU   EOAUI   EOIAU   EOIUA
EOUAI   EOUIA   EUAIO   EUAOI   EUIAO   EUIOA   EUOAI   EUOIA   IAEOU   IAEUO
IAOEU   IAOUE   IAUEO   IAUOE   IEAOU   IEAUO   IEOAU   IEOUA   IEUAO   IEUOA
IOAEU   IOAUE   IOEAU   IOEUA   IOUAE   IOUEA   IUAEO   IUAOE   IUEAO   IUEOA
IUOAE   IUOEA   OAEIU   OAEUI   OAIEU   OAIUE   OAUEI   OAUIE   OEAIU   OEAUI
OEIAU   OEIUA   OEUAI   OEUIA   OIAEU   OIAUE   OIEAU   OIEUA   OIUAE   OIUEA
OUAEI   OUAIE   OUEAI   OUEIA   OUIAE   OUIEA   UAEIO   UAEOI   UAIEO   UAIOE
UAOEI   UAOIE   UEAIO   UEAOI   UEIAO   UEIOA   UEOAI   UEOIA   UIAEO   UIAOE
UIEAO   UIEOA   UIOAE   UIOEA   UOAEI   UOAIE   UOEAI   UOEIA   UOIAE   UOIEA
```

2. Formar todos los números de 5 cifras que se pueden hacer con los dígitos 3,5,7,8 y 9, teniendo en cuenta que no se puede repetir ninguno.

SOLUCION :

```
?3      5       7       8       9

35789   35798   35879   35897   35978   35987   37589   37598   37859   37895
37958   37985   38579   38597   38759   38795   38957   38975   39578   39587
39758   39785   39857   39875   53789   53798   53879   53897   53978   53987
57389   57398   57839   57893   57938   57983   58379   58397   58739   58793
58937   58973   59378   59387   59738   59783   59837   59873   73589   73598
73859   73895   73958   73985   75389   75398   75839   75893   75938   75983
78359   78395   78539   78593   78935   78953   79358   79385   79538   79583
79835   79853   83579   83597   83759   83795   83957   83975   85379   85397
85739   85793   85937   85973   87359   87395   87539   87593   87935   87953
89357   89375   89537   89573   89735   89753   93578   93587   93758   93785
93857   93875   95378   95387   95738   95783   95837   95873   97358   97385
97538   97583   97835   97853   98357   98375   98537   98573   98735   98753
```

COMBINATORIA SIN REPETICION

introducción:

Este programa es un resumen de los tres anteriores, obteniendose en una sola ejecución las combinaciones sin repetición de M elementos tomados N a N, las variaciones sin repetición de M elementos tomados N a N y las permutaciones sin repetición de N elementos.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM          C O M B I N A C I O N E S   -   V A R I A C I O N E S
40 REM
50 REM    Y    P E R M U T A C I O N E S    S I N    R E P E T I C I O N
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT"NUMERO TOTAL DE OBJETOS    M =";
120 INPUT M
130 PRINT "TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N =";
140 INPUT N
150 PRINT:IF N=0 THEN C=1:V=1:P=1:GOTO 250
160 IF N>M THEN GOTO 360
170 C=1
180 V=1
190 P=1
200 FOR J=1 TO N
210 C=C*(M-J+1)/J
220 V=V*(M-J+1)
230 P=P*(N-J+1)
240 NEXT J
250 PRINT "EL NUMERO DE COMBINACIONES DE";M;"ELEMENTOS TOMADOS";N;"A";N;"ES =";C
260 PRINT "EL NUMERO DE VARIACIONES   DE";M;"ELEMENTOS TOMADOS";N;"A";N;"ES =";V
270 PRINT "EL NUMERO DE PERMUTACIONES DE";N;"ELEMENTOS ES =";P
280 PRINT
290 PRINT
300 PRINT "DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)";
310 INPUT C$
320 IF C$="N" THEN GOTO 380
330 PRINT
340 PRINT
350 GOTO 100
360 PRINT "IMPOSIBLE M HA DE SER MAYOR QUE N"
370 GOTO 280
380 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar: $C_{6,2}$; $V_{6,2}$; P_2

SOLUCION :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M =? 6
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N =? 2

EL NUMERO DE COMBINACIONES DE 6 ELEMENTOS TOMADOS 2 A 2 ES = 15
EL NUMERO DE VARIACIONES   DE 6 ELEMENTOS TOMADOS 2 A 2 ES = 30
EL NUMERO DE PERMUTACIONES DE 2 ELEMENTOS ES = 2
```

2. Hallar: $C_{15,3}$; $V_{15,3}$; P_3

SOLUCION :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M =? 15
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N =? 3

EL NUMERO DE COMBINACIONES DE 15 ELEMENTOS TOMADOS 3 A 3 ES = 455
EL NUMERO DE VARIACIONES   DE 15 ELEMENTOS TOMADOS 3 A 3 ES = 2730
EL NUMERO DE PERMUTACIONES DE 3 ELEMENTOS ES = 6
```

3. Hallar: $C_{8,2}$; $V_{8,2}$; $P_{8,2}$

SOLUCION :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M =? 8
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N =? 2

EL NUMERO DE COMBINACIONES DE 8 ELEMENTOS TOMADOS 2 A 2 ES = 28
EL NUMERO DE VARIACIONES   DE 8 ELEMENTOS TOMADOS 2 A 2 ES = 56
EL NUMERO DE PERMUTACIONES DE 2 ELEMENTOS ES = 2
```

COMBINACIONES CON REPETICION

introducción:

Este programa sirve para calcular las combinaciones con repetición de M elementos tomados N a N.

Como $CR_{M,N} = C_{M+N-1,N}$, entonces el programa se reduce al cálculo de las combinaciones sin repetición de M+N-1 elementos, tomados N a N.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM                    C O M B I N A C I O N E S
40 REM
50 REM                  C O N     R E P E T I C I O N
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT"NUMERO TOTAL DE OBJETOS    M =";
120 INPUT M
130 PRINT "TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N =";
140 INPUT N
150 PRINT
160 C=1
170 FOR J=1 TO N
180 C=C*(M+N-J)/J
190 NEXT J
200 PRINT"EL NUMERO DE COMBINACIONES CON REPETICION DE";M;"OBJETOS TOMADOS";N;"A
";N;"ES =";C
210 PRINT
220 PRINT
230 PRINT "DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)";
240 INPUT C$
250 IF C$="N" THEN GOTO 290
260 PRINT
270 PRINT
280 GOTO 100
290 END
```

ejercicios resueltos:

1. ¿Cuántos productos diferentes de cuatro factores pueden formarse con los números 3, 5, 7, y 9?.

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS      M =? 4
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N =? 4

EL NUMERO DE COMBINACIONES CON REPETICION DE 4 OBJETOS TOMADOS 4 A 4 ES = 35
```

2. Con 7 colores distintos de acuarelas,¿cuántas mezclas se pueden formar tomando tres colores repetidos o no?.

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS      M =? 7
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N =? 3

EL NUMERO DE COMBINACIONES CON REPETICION DE 7 OBJETOS TOMADOS 3 A 3 ES = 84
```

3. ¿Cuántos términos tiene un polinomio homogéneo completo de grado 4 con 10 variables $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$?.

$$CR_{10,4} = \binom{10+4-1}{4}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS      M =? 10
TAMAÑO DE LOS SUBCONJUNTOS N =? 4

EL NUMERO DE COMBINACIONES CON REPETICION DE 10 OBJETOS TOMADOS 4 A 4 ES = 715
```

VARIACIONES CON REPETICION

introducción:

Este programa permite calcular las variaciones con repetición de M objetos tomados N a N.

La realización del programa es sencillísima debido a que:

$$VR_{M,N} = M^N$$

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                          V A R I A C I O N E S
40 REM
50 REM                      C O N     R E P E T I C I O N
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT"NUMERO TOTAL DE OBJETOS    M =";
120 INPUT M
130 PRINT "TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N =";
140 INPUT N
150 PRINT
160 V = M^N
170 PRINT "EL NUMERO DE VARIACIONES CON REPETICION DE";M;"OBJETOS TOMADOS";N;"A"
;N;"ES =";V
180 PRINT
190 PRINT
200 PRINT "DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)";
210 INPUT C$
220 IF C$="N" THEN GOTO 260
230 PRINT
240 PRINT
250 GOTO 100
260 END
```

ejercicios resueltos:

1. ¿Cuántas quinielas son necesarias hacer para tener la seguridad de acertar los 14?.

SOLUCION :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M =? 3
TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N =? 14

EL NUMERO DE VARIACIONES CON REPETICION DE 3 OBJETOS TOMADOS 14 A 14 ES=4782969
```

2. ¿Cuantos números de 4 cifras repetidos o no se pueden formar con los dígitos 1,2,3,4,5,6,7,8,9.?

SOLUCION :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M =? 9
TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N =? 4

EL NUMERO DE VARIACIONES CON REPETICION DE 9 OBJETOS TOMADOS 4 A 4 ES = 6561
```

3. ¿Cuántas aplicaciones inyectivas distintas se pueden definir entre los conjuntos $A = \{1,3,5\}$ $B = \{2,4,6,8\}$

SOLUCION :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M =? 4
TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N =? 3

EL NUMERO DE VARIACIONES CON REPETICION DE 4 OBJETOS TOMADOS 3 A 3 ES = 64
```

4. ¿Cuántos capicuas de 8 cifras se pueden formar?.

SOLUCION :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M =? 10
TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N =? 4

EL NUMERO DE VARIACIONES CON REPETICION DE 10 OBJETOS TOMADOS 4 A 4 ES = 10000


DESEA REALIZAR MAS CALCULOS ? (S/N)? S


NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M =? 10
TAMANO DE LOS SUBCONJUNTOS N =? 3

EL NUMERO DE VARIACIONES CON REPETICION DE 10 OBJETOS TOMADOS 3 A 3 ES = 1000
```

Por tanto, el número de capicuas de 8 cifras es: 10000 - 1000 = 9000

FORMACION ORDENADA DE LAS VARIACIONES CON REPETICION

introducción:

Este programa sirve para formar ordenadamente las variaciones con repetición de 5 elementos tomados 3 a 3.

Es preciso introducir los elementos (letras o números) ordenados.

Analogamente se podría hacer para otros valores de M y N.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM        F O R M A C I O N      O R D E N A D A    D E    L A S
40 REM
50 REM         V A R I A C I O N E S    C O N    R E P E T I C I O N
60 REM
70 REM    D E    5    E L E M E N T O S    T O M A D O S    3    A    3
80 REM
90 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESCRIBA POR ORDEN ALFABETICO LAS CINCO LETRAS QUE QUIERE VARIAR"
120 PRINT
130 INPUT A$(1),A$(2),A$(3),A$(4),A$(5)
140 PRINT
150 FOR J1=1 TO 5
160 FOR J2=1 TO 5
170 FOR J3=1 TO 5
180 PRINT A$(J1);A$(J2);A$(J3),
190 NEXT J3
200 NEXT J2
210 NEXT J1
220 END
```

ejercicios resueltos:

1. Formar ordenadamente las variaciones con repetición que se pueden hacer con las letras A,B,C,D y E, tomadas de tres en tres.

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA POR ORDEN ALFABETICO LAS CINCO LETRAS QUE QUIERE VARIAR

?A      B       C       D       E

AAA     AAB     AAC     AAD     AAE     ABA     ABB     ABC     ABD     ABE
ACA     ACB     ACC     ACD     ACE     ADA     ADB     ADC     ADD     ADE
AEA     AEB     AEC     AED     AEE     BAA     BAB     BAC     BAD     BAE
BBA     BBB     BBC     BBD     BBE     BCA     BCB     BCC     BCD     BCE
BDA     BDB     BDC     BDD     BDE     BEA     BEB     BEC     BED     BEE
CAA     CAB     CAC     CAD     CAE     CBA     CBB     CBC     CBD     CBE
CCA     CCB     CCC     CCD     CCE     CDA     CDB     CDC     CDD     CDE
CEA     CEB     CEC     CED     CEE     DAA     DAB     DAC     DAD     DAE
DBA     DBB     DBC     DBD     DBE     DCA     DCB     DCC     DCD     DCE
DDA     DDB     DDC     DDD     DDE     DEA     DEB     DEC     DED     DEE
EAA     EAB     EAC     EAD     EAE     EBA     EBB     EBC     EBD     EBE
ECA     ECB     ECC     ECD     ECE     EDA     EDB     EDC     EDD     EDE
EEA     EEB     EEC     EED     EEE
```

2. Con los dígitos 1,2,3,4 y 5 formar ordenadamente los números de 3 cifras posibles.

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA POR ORDEN ALFABETICO LAS CINCO LETRAS QUE QUIERE VARIAR

?1      2       3       4       5

111     112     113     114     115     121     122     123     124     125
131     132     133     134     135     141     142     143     144     145
151     152     153     154     155     211     212     213     214     215
221     222     223     224     225     231     232     233     234     235
241     242     243     244     245     251     252     253     254     255
311     312     313     314     315     321     322     323     324     325
331     332     333     334     335     341     342     343     344     345
351     352     353     354     355     411     412     413     414     415
421     422     423     424     425     431     432     433     434     435
441     442     443     444     445     451     452     453     454     455
511     512     513     514     515     521     522     523     524     525
531     532     533     534     535     541     542     543     544     545
551     552     553     554     555
```

PERMUTACIONES CON REPETICION

introducción:

Este programa permite calcular las permutaciones con repetición. Para ello primeramente el programa solicita el número de elementos que se repiten y luego cuántas veces cada uno de ellos.

En la linea 389 se inicia la subrutina para el cálculo de los factoriales.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                        P E R M U T A C I O N E S
40 REM
50 REM                      C O N     R E P E T I C I O N
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT"NUMERO TOTAL DE OBJETOS    M =";
120 INPUT M
130 N=M
140 GOSUB 389
150 FO=F
160 PRINT "CUANTOS ELEMENTOS SE REPITEN";
170 INPUT R
180 FOR J=1 TO R
190 PRINT "CUANTAS VECES SE REPITE EL ELEMENTO";J;
200 INPUT N(J)
210 N=N(J)
220 GOSUB 389
230 F(J)=F
240 NEXT J
250 P=1
260 FOR J=1 TO R
270 P=P*F(J)
280 NEXT J
290 Q=FO/P
300 PRINT
310 PRINT
320 PRINT "EL NUMERO DE PERMUTACIONES CON REPETICION DE";M;"OBJETOS TALES QUE"
```

```
330 FOR J=1 TO R
340 PRINT "UN ELEMENTO SE REPITE";N(J);"VECES"
350 NEXT J
360 PRINT
370 PRINT "ES IGUAL A ";Q
380 END
389 REM - SUBRUTINA PARA EL CALCULO DE FACTORIALES -
390 I=0
400 F=1
410 I=I+1
420 F=F*I
430 IF I<N THEN 410
440 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. En una hucha hay 3 duros, 3 pesetas, 4 monedas de 25 pesetas y dos monedas de 50 pesetas. ¿De cuántas maneras distintas pueden sacarse pieza por pieza de la hucha?.

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M =? 12
CUANTOS ELEMENTOS SE REPITEN? 4
CUANTAS VECES SE REPITE EL ELEMENTO 1 ? 3
CUANTAS VECES SE REPITE EL ELEMENTO 2 ? 3
CUANTAS VECES SE REPITE EL ELEMENTO 3 ? 4
CUANTAS VECES SE REPITE EL ELEMENTO 4 ? 2


EL NUMERO DE PERMUTACIONES CON REPETICION DE 12 OBJETOS TALES QUE
UN ELEMENTO SE REPITE 3 VECES
UN ELEMENTO SE REPITE 3 VECES
UN ELEMENTO SE REPITE 4 VECES
UN ELEMENTO SE REPITE 2 VECES

ES IGUAL A  277200
```

2. ¿De cuántas maneras se pueden permutar las letras de la palabra MATEMATICAS?

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M =? 11
CUANTOS ELEMENTOS SE REPITEN? 3
CUANTAS VECES SE REPITE EL ELEMENTO 1 ? 2
CUANTAS VECES SE REPITE EL ELEMENTO 2 ? 3
CUANTAS VECES SE REPITE EL ELEMENTO 3 ? 2


EL NUMERO DE PERMUTACIONES CON REPETICION DE 11 OBJETOS TALES QUE
UN ELEMENTO SE REPITE 2 VECES
UN ELEMENTO SE REPITE 3 VECES
UN ELEMENTO SE REPITE 2 VECES

ES IGUAL A  1663200
```

3. ¿Cuántas quinielas se necesitan rellenar para acertar con toda seguridad un pleno donde han salido 6 unos, 5 equis y 3 doses?.

S O L U C I O N :

```
NUMERO TOTAL DE OBJETOS     M =? 14
CUANTOS ELEMENTOS SE REPITEN? 3
CUANTAS VECES SE REPITE EL ELEMENTO 1 ? 6
CUANTAS VECES SE REPITE EL ELEMENTO 2 ? 5
CUANTAS VECES SE REPITE EL ELEMENTO 3 ? 3


EL NUMERO DE PERMUTACIONES CON REPETICION DE 14 OBJETOS TALES QUE
UN ELEMENTO SE REPITE 6 VECES
UN ELEMENTO SE REPITE 5 VECES
UN ELEMENTO SE REPITE 3 VECES

ES IGUAL A  168168
```

TRIANGULO DE TARTAGLIA

introducción:

El presente programa sirve para formar el triángulo de Tartaglia. La realización es muy simple, pues basta con tener en cuenta que, tanto el vértice como los extremos son iguales a la unidad y que cada fila se obtiene de la anterior, por la siguiente propiedad de los números combinatorios:

$$\binom{m}{n} + \binom{m}{n+1} = \binom{m+1}{n+1}$$

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM              T R I A N G U L O      D E     T A R T A G L I A
40 REM
50 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "CUANTAS FILAS DESEA HALLAR DEL TRIANGULO DE TARTAGLIA";
120 INPUT F
130 PRINT
140 DIM C(F,F)
149 REM - EL VERTICE Y LOS EXTREMOS SON IGUALES A UNO -
150 C(0,0)=1
160 FOR M=1 TO F-1
170 C(M,0)=1
180 C(M,M)=1
189 REM - POR LA PROPIEDAD DE LOS NUMEROS COMBINATORIOS OBTENEMOS EL RESTO -
190 FOR N=1 TO M-1
200 C(M,N)=C(M-1,N-1)+C(M-1,N)
210 NEXT N
220 NEXT M
229 REM - IMPRESION DE LAS LINEAS -
230 FOR M=0 TO F-1
240 FOR N=0 TO M
250 PRINT C(M,N);
260 NEXT N
270 PRINT
280 NEXT M
290 END
```

ejercicios resueltos:

1. Formar la 15 primeras filas del triángulo de Tartaglia.

S O L U C I O N :

```
CUANTAS FILAS DESEA HALLAR DEL TRIANGULO DE TARTAGLIA? 15

 1
 1   1
 1   2   1
 1   3   3   1
 1   4   6   4   1
 1   5   10   10   5   1
 1   6   15   20   15   6   1
 1   7   21   35   35   21   7   1
 1   8   28   56   70   56   28   8   1
 1   9   36   84   126   126   84   36   9   1
 1   10   45   120   210   252   210   120   45   10   1
 1   11   55   165   330   462   462   330   165   55   11   1
 1   12   66   220   495   792   924   792   495   220   66   12   1
 1   13   78   286   715   1287   1716   1716   1287   715   286   78   13   1
 1   14   91   364   1001   2002   3003   3432   3003   2002   1001   364   91   14   1
```

BINOMIO DE NEWTON

introducción:

Este sencillo programa sirve para calcular la potencia de exponente M del binomio (A+B), basado en el desarrollo del binomio de Newton.

Si en caso de error, el usuario introduce un exponente no natural el programa informa sobre el error.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM              D E S A R R O L L O     D E L     B I N O M I O
40 REM
50 REM                   D E     N E W T O N        (A + B)^M
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESCRIBA EL VALOR DEL EXPONENTE M =";
120 INPUT M
130 IF INT(M)<>M OR ABS(M)<>M THEN GOTO 230
140 PRINT
149 REM - FORMACION DE LOS COEFICIENTES BINOMICOS -
150 FOR N=0 TO M
160 C=1
170 FOR J=1 TO N
180 C=C*(M-J+1)/J
190 NEXT J
200 PRINT C;"*A^";M-N;"*B^";N;"+";
210 NEXT N
220 STOP
230 PRINT"M HA DE SER UN NUMERO NATURAL"
240 PRINT
250 GOTO 110
260 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular la potencia siguiente: $(A + B)^3$

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL VALOR DEL EXPONENTE M =? 3

 1 *A^ 3 *B^ 0 + 3 *A^ 2 *B^ 1 + 3 *A^ 1 *B^ 2 + 1 *A^ 0 *B^ 3
```

2. Calcular la potencia siguiente $(A+B)^{12}$

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL VALOR DEL EXPONENTE M =? 12

 1 *A^ 12 *B^ 0 + 12 *A^ 11 *B^ 1 + 66 *A^ 10 *B^ 2 + 220 *A^ 9 *B^ 3 + 495 *A^
 8 *B^ 4 + 792 *A^ 7 *B^ 5 + 924 *A^ 6 *B^ 6 + 792 *A^ 5 *B^ 7 + 495 *A^ 4 *B^
 8 + 220 *A^ 3 *B^ 9 + 66 *A^ 2 *B^ 10 + 12 *A^ 1 *B^ 11 + 1 *A^ 0 *B^ 12
```

3. Calcular la potencia siguiente: $(A+B)^{23}$

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL VALOR DEL EXPONENTE M =? 23

 1 *A^ 23 *B^ 0 + 23 *A^ 22 *B^ 1 + 253 *A^ 21 *B^ 2 + 1771 *A^ 20 *B^ 3 + 8855
*A^ 19 *B^ 4 + 33649 *A^ 18 *B^ 5 + 100947 *A^ 17 *B^ 6 + 245157 *A^ 16 *B^ 7 +
 490314 *A^ 15 *B^ 8 + 817190 *A^ 14 *B^ 9 + 1144066 *A^ 13 *B^ 10 + 1352078 *A^
 12 *B^ 11 + 1352078 *A^ 11 *B^ 12 + 1144066 *A^ 10 *B^ 13 + 817190 *A^ 9 *B^
 14 + 490314 *A^ 8 *B^ 15 + 245157 *A^ 7 *B^ 16 + 100947 *A^ 6 *B^ 17 + 33649
*A^ 5 *B^ 18 + 8855 *A^ 4 *B^ 19 + 1771 *A^ 3 *B^ 20 + 253 *A^ 2 *B^ 21 + 23 *A^
 1 *B^ 22 + 1 *A^ 0 *B^ 23
```

4. Calcular la potencia siguiente: $(A+B)^{25}$

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL VALOR DEL EXPONENTE M =? 25

 1 *A^ 25 *B^ 0 + 25 *A^ 24 *B^ 1 + 300 *A^ 23 *B^ 2 + 2300 *A^ 22 *B^ 3 +
 12650 *A^ 21 *B^ 4 + 53130 *A^ 20 *B^ 5 + 177100 *A^ 19 *B^ 6 + 480700 *A^ 18
*B^ 7 + 1081575 *A^ 17 *B^ 8 + 2042975 *A^ 16 *B^ 9 + 3268760 *A^ 15 *B^ 10 +
 4457400 *A^ 14 *B^ 11 + 5200300 *A^ 13 *B^ 12 + 5200300 *A^ 12 *B^ 13 +
 4457400 *A^ 11 *B^ 14 + 3268760 *A^ 10 *B^ 15 + 2042975 *A^ 9 *B^ 16 + 1081575
*A^ 8 *B^ 17 + 480700 *A^ 7 *B^ 18 + 177100 *A^ 6 *B^ 19 + 53130 *A^ 5 *B^ 20 +
 12650 *A^ 4 *B^ 21 + 2300 *A^ 3 *B^ 22 + 300 *A^ 2 *B^ 23 + 25 *A^ 1 *B^ 24 +
 1 *A^ 0 *B^ 25
```

VALOR NUMERICO DE UN POLINOMIO

introducción:

Este programa sirve para calcular el valor númerico de un polinomio para un determinado valor de x. El programa solicita el grado del polinomio para dimensionar la variable A(I) que representa al coeficiente del término X^I.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM              V A L O R     N U M E R I C O     D E     U N
40 REM
50 REM                            P O L I N O M I O
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "GRADO DEL POLINOMIO N =";
120 INPUT N
130 PRINT:DIM A(N):PRINT
140 FOR I=N TO 1 STEP -1
150 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;", A(";I;") =";
160 INPUT A(I)
170 NEXT I
180 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE , A(0) =";
190 INPUT A(0)
200 PRINT
210 PRINT "VALOR DE X =";
220 INPUT X
230 PRINT
240 PRINT
250 V=0
260 FOR I=0 TO N
270 V=V+A(I)*X^I
280 NEXT I
290 PRINT "EL VALOR NUMERICO DEL POLINOMIO PARA X =";X;"ES  V =";V
300 PRINT
310 PRINT
319 REM - PARA REALIZAR MAS CALCULOS -
320 PRINT "DESEA REALIZAR MAS CALCULOS  (S/N)";
330 INPUT C$
```

```
350 IF C$="N" THEN GOTO 380
360 PRINT
370 GOTO 200
380 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el valor de númerico del polinomio $3x^4 - 2x^3 + x + 6$ para $x = -3$; $x = -1.7$ y $x = -0.6$

SOLUCION :

```
GRADO DEL POLINOMIO N =? 4

COEFICIENTE DE X^ 4 , A( 4 ) =? 3
COEFICIENTE DE X^ 3 , A( 3 ) =?-2
COEFICIENTE DE X^ 2 , A( 2 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 1 , A( 1 ) =? 1
TERMINO INDEPENDIENTE , A(0) =? 6

VALOR DE X =?-3


EL VALOR NUMERICO DEL POLINOMIO PARA X =-3 ES  V = 300


DESEA REALIZAR MAS CALCULOS  (S/N)?s


VALOR DE X =?-1.7


EL VALOR NUMERICO DEL POLINOMIO PARA X =-1.7 ES  V = 39.1823


DESEA REALIZAR MAS CALCULOS  (S/N)?s


VALOR DE X =?-.6


EL VALOR NUMERICO DEL POLINOMIO PARA X =-.6 ES  V = 6.2208


DESEA REALIZAR MAS CALCULOS  (S/N)?N
```

2. Hallar el valor númerico del polinomio $2x^{10} - 3x^8 + 4x^7 + 7x^6 - 2x^5 + 6x^4 + 9x^3 - 7x^2 + 5$ para $x = 2$ y $x = -3$

SOLUCION :

```
GRADO DEL POLINOMIO N =? 10

COEFICIENTE DE X^ 10 , A( 10 ) =? 2
COEFICIENTE DE X^ 9 , A( 9 ) =? 0
```

```
COEFICIENTE DE X^ 8 , A( 8 ) =?-3
COEFICIENTE DE X^ 7 , A( 7 ) =? 4
COEFICIENTE DE X^ 6 , A( 6 ) =? 7
COEFICIENTE DE X^ 5 , A( 5 ) =?-2
COEFICIENTE DE X^ 4 , A( 4 ) =? 6
COEFICIENTE DE X^ 3 , A( 3 ) =? 9
COEFICIENTE DE X^ 2 , A( 2 ) =?-7
COEFICIENTE DE X^ 1 , A( 1 ) =? 0
TERMINO INDEPENDIENTE , A(0) =? 5

VALOR DE X =? 2


EL VALOR NUMERICO DEL POLINOMIO PARA X = 2 ES  V = 2321


DESEA REALIZAR MAS CALCULOS  (S/N)?S


VALOR DE X =?-3


EL VALOR NUMERICO DEL POLINOMIO PARA X =-3 ES  V = 95441


DESEA REALIZAR MAS CALCULOS  (S/N)?N
```

3. Hallar el valor númerico del polinomio:

$$-5x^{13} + 6x^{12} - 3x^{11} + x^{10} + 4x^{8} + 6x^{7} + 5x^{6} + 3x^{5} - 2x^{4} + 8x^{3} +$$

$$+ 5x^{2} + 9x + 3 \quad \text{para} \quad x = -1.2 \quad , \quad x = 3.4 \quad y \quad x = -0.5$$

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO N =? 13

COEFICIENTE DE X^ 13 , A( 13 ) =?-5
COEFICIENTE DE X^ 12 , A( 12 ) =? 6
COEFICIENTE DE X^ 11 , A( 11 ) =?-3
COEFICIENTE DE X^ 10 , A( 10 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 9 , A( 9 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 8 , A( 8 ) =? 4
COEFICIENTE DE X^ 7 , A( 7 ) =? 6
COEFICIENTE DE X^ 6 , A( 6 ) =? 5
COEFICIENTE DE X^ 5 , A( 5 ) =? 3
COEFICIENTE DE X^ 4 , A( 4 ) =?-2
COEFICIENTE DE X^ 3 , A( 3 ) =? 8
COEFICIENTE DE X^ 2 , A( 2 ) =? 5
COEFICIENTE DE X^ 1 , A( 1 ) =? 9
TERMINO INDEPENDIENTE , A(0) =? 3

VALOR DE X =?-1.2


EL VALOR NUMERICO DEL POLINOMIO PARA X =-1.2 ES  V = 120.06914


DESEA REALIZAR MAS CALCULOS  (S/N)?S
```

```
VALOR DE X =? 3.4

EL VALOR NUMERICO DEL POLINOMIO PARA X = 3.4 ES  V =-28037684

DESEA REALIZAR MAS CALCULOS  (S/N)?S

VALOR DE X =?-.5

EL VALOR NUMERICO DEL POLINOMIO PARA X =-.5 ES  V =-1.4173584

DESEA REALIZAR MAS CALCULOS  (S/N)?N
```

SUMA Y DIFERENCIA DE POLINOMIOS

introducción:

Este programa sirve para cálcular la suma y diferencia de polinomios P(x) y Q(x). Si P(x) es un polinomio de grado N y Q(x) es un polinomio de grado M, se hace P = máx(N,M) y este valor nos sirve para dimensionar las variables A(I),B(I),S(I),D(I) que son respectivamente los coeficientes de P(x),Q(x), P(x)+Q(x) y P(x)-Q(x).

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    S U M A     Y     D I F E R E N C I A
40 REM
50 REM                         D E     P O L I N O M I O S
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =";
120 INPUT N
130 PRINT "GRADO DEL POLINOMIO Q(X),  M =";
140 INPUT M
149 REM - P ES EL MAX(N,M) -
150 IF N>M THEN GOTO 180
160 P=M
170 GOTO 190
180 P=N
190 DIM A(P),B(P),S(P),D(P)
199 REM - SE PONEN TODOS LOS COEFICIENTES A CERO -
200 FOR I=0 TO P
210 A(I)=0
220 B(I)=0
230 S(I)=0
240 D(I)=0
250 NEXT I
260 PRINT
270 PRINT "COEFICIENTES DEL POLINOMIO  P(X)"
280 PRINT
290 FOR I=N TO 1 STEP -1
300 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;", A(";I;") =";
```

```
310 INPUT A(I)
320 NEXT I
330 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE , A(0) =";
340 INPUT A(0)
350 PRINT
360 PRINT
370 PRINT "COEFICIENTES DEL POLINOMIO  Q(X)"
380 PRINT
390 FOR I=M TO 1 STEP -1
400 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;", B(";I;") =";
410 INPUT B(I)
420 NEXT I
430 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE , B(0) =";
440 INPUT B(0)
450 PRINT
459 REM - SUMA DE LOS POLINOMIOS -
460 PRINT "EL POLINOMIO SUMA           P(X) + Q(X)  ES :"
470 PRINT
480 FOR I=P TO 1 STEP -1
490 S(I)=A(I)+B(I)
500 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;",S(";I;")= ";S(I)
510 NEXT I
520 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE, S(0) =";A(0)+B(0)
530 PRINT
540 PRINT
549 REM - DIFERENCIA DE LOS POLINOMIOS -
550 PRINT "EL POLINOMIO DIFERENCIA     P(X) - Q(X)  ES :"
560 PRINT
570 FOR I=P TO 1 STEP -1
580 D(I)=A(I)-B(I)
590 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;",D(";I;")= ";D(I)
600 NEXT I
610 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE, D(0) =";A(0)-B(0)
620 PRINT
630 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dados los polinomios: $P(x) = 2x^5 - x^4 + 3x^3 + 7x^2 - 1$ y $Q(x) = 5x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 6x + 8$. Calcular: $P(x) + Q(x)$, y $P(x) - Q(x)$

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 5
GRADO DEL POLINOMIO Q(X),  M =? 4

COEFICIENTES DEL POLINOMIO  P(X)

COEFICIENTE DE X^ 5 , A( 5 ) =? 2
COEFICIENTE DE X^ 4 , A( 4 ) =?-1
COEFICIENTE DE X^ 3 , A( 3 ) =? 3
COEFICIENTE DE X^ 2 , A( 2 ) =? 7
COEFICIENTE DE X^ 1 , A( 1 ) =? 0
TERMINO INDEPENDIENTE , A(0) =?-1


COEFICIENTES DEL POLINOMIO  Q(X)

COEFICIENTE DE X^ 4 , B( 4 ) =? 5
```

```
COEFICIENTE DE X^ 3 , B( 3 ) =? 4
COEFICIENTE DE X^ 2 , B( 2 ) =?-2
COEFICIENTE DE X^ 1 , B( 1 ) =? 6
TERMINO INDEPENDIENTE , B(0) =? 8

EL POLINOMIO SUMA            P(X) + Q(X)  ES :

COEFICIENTE DE X^ 5 ,S( 5 )=  2
COEFICIENTE DE X^ 4 ,S( 4 )=  4
COEFICIENTE DE X^ 3 ,S( 3 )=  7
COEFICIENTE DE X^ 2 ,S( 2 )=  5
COEFICIENTE DE X^ 1 ,S( 1 )=  6
TERMINO INDEPENDIENTE, S(0) = 7


EL POLINOMIO DIFERENCIA      P(X) - Q(X)  ES :

COEFICIENTE DE X^ 5 ,D( 5 )=  2
COEFICIENTE DE X^ 4 ,D( 4 )= -6
COEFICIENTE DE X^ 3 ,D( 3 )= -1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,D( 2 )=  9
COEFICIENTE DE X^ 1 ,D( 1 )= -6
TERMINO INDEPENDIENTE, D(0) =-9
```

2. Dados los polinomios:

$$P(x) = x^{12}+6x^{11}-3x^{10}+5x^{9}-7x^{8}+3x^{7}+2x^{6}+9x^{5}-5x^{4}+3x^{3}+5x^{2}+x+9$$

$$Q(x) = 4x^{8}-3x^{7}+5x^{6}+8x^{5}+2x^{4}-4x^{3}+8x^{2}-2x+7$$

Calcular $P(x) + Q(x)$ y $P(x) - Q(x)$.

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 12
GRADO DEL POLINOMIO Q(X),  M =? 8

COEFICIENTES DEL POLINOMIO  P(X)

COEFICIENTE DE X^ 12 , A( 12 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 11 , A( 11 ) =? 6
COEFICIENTE DE X^ 10 , A( 10 ) =?-3
COEFICIENTE DE X^ 9 , A( 9 ) =? 5
COEFICIENTE DE X^ 8 , A( 8 ) =?-7
COEFICIENTE DE X^ 7 , A( 7 ) =? 3
COEFICIENTE DE X^ 6 , A( 6 ) =? 2
COEFICIENTE DE X^ 5 , A( 5 ) =? 9
COEFICIENTE DE X^ 4 , A( 4 ) =?-5
COEFICIENTE DE X^ 3 , A( 3 ) =? 3
COEFICIENTE DE X^ 2 , A( 2 ) =? 5
COEFICIENTE DE X^ 1 , A( 1 ) =? 1
TERMINO INDEPENDIENTE , A(0) =? 9


COEFICIENTES DEL POLINOMIO  Q(X)

COEFICIENTE DE X^ 8 , B( 8 ) =? 4
```

```
COEFICIENTE DE X^ 7 , B( 7 ) =?-3
COEFICIENTE DE X^ 6 , B( 6 ) =? 5
COEFICIENTE DE X^ 5 , B( 5 ) =? 8
COEFICIENTE DE X^ 4 , B( 4 ) =? 2
COEFICIENTE DE X^ 3 , B( 3 ) =?-4
COEFICIENTE DE X^ 2 , B( 2 ) =? 8
COEFICIENTE DE X^ 1 , B( 1 ) =?-2
TERMINO INDEPENDIENTE , B(0) =? 7

EL POLINOMIO SUMA           P(X) + Q(X)  ES :

COEFICIENTE DE X^ 12 ,S( 12 )=  1
COEFICIENTE DE X^ 11 ,S( 11 )=  6
COEFICIENTE DE X^ 10 ,S( 10 )= -3
COEFICIENTE DE X^ 9 ,S( 9 )=  5
COEFICIENTE DE X^ 8 ,S( 8 )= -3
COEFICIENTE DE X^ 7 ,S( 7 )=  0
COEFICIENTE DE X^ 6 ,S( 6 )=  7
COEFICIENTE DE X^ 5 ,S( 5 )=  17
COEFICIENTE DE X^ 4 ,S( 4 )= -3
COEFICIENTE DE X^ 3 ,S( 3 )= -1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,S( 2 )=  13
COEFICIENTE DE X^ 1 ,S( 1 )= -1
TERMINO INDEPENDIENTE, S(0) = 16


EL POLINOMIO DIFERENCIA     P(X) - Q(X)  ES :

COEFICIENTE DE X^ 12 ,D( 12 )=  1
COEFICIENTE DE X^ 11 ,D( 11 )=  6
COEFICIENTE DE X^ 10 ,D( 10 )= -3
COEFICIENTE DE X^ 9 ,D( 9 )=  5
COEFICIENTE DE X^ 8 ,D( 8 )= -11
COEFICIENTE DE X^ 7 ,D( 7 )=  6
COEFICIENTE DE X^ 6 ,D( 6 )= -3
COEFICIENTE DE X^ 5 ,D( 5 )=  1
COEFICIENTE DE X^ 4 ,D( 4 )= -7
COEFICIENTE DE X^ 3 ,D( 3 )=  7
COEFICIENTE DE X^ 2 ,D( 2 )= -3
COEFICIENTE DE X^ 1 ,D( 1 )=  3
TERMINO INDEPENDIENTE, D(0) = 2
```

PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UN POLINOMIO

introducción:

Este programa sirve para multiplicar un polinomio P(x) por un escalar K.

Las variables A(I) y P(I) representan los coeficientes de los polinomios P(x) y K.P(x) respectivamente.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM            P R O D U C T O    D E    U N    E S C A L A R    K
40 REM
50 REM                P O R    U N    P O L I N O M I O    P(X)
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =";
120 INPUT N
130 DIM A(N),P(N)
140 PRINT
150 FOR I=N TO 1 STEP -1
160 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;",  A(";I;") =";
170 INPUT A(I)
180 NEXT I
190 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE ,  A(0) =";
200 INPUT A(0)
210 PRINT
220 PRINT "VALOR DE K  =";
230 INPUT K
240 PRINT
250 PRINT "EL POLINOMIO PRODUCTO DE";K;"POR P(X),  K.P(X)   ES :"
260 PRINT
270 FOR I=N TO 1 STEP -1
280 P(I)=K*A(I)
290 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;",  P(";I;") =";P(I)
300 NEXT I
310 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE ,  P(0) =";K*A(0)
320 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dado el polinomio :

$P(x) = -2.34x^5+4.36x^4+3.25x^3+4.57x^2+1.21x-0.99$ y $K = 2.31$

Hallar el polinomio KP(x).

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 5

COEFICIENTE DE X^ 5 ,  A( 5 ) =?-2.34
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  A( 4 ) =? 4.56
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  A( 3 ) =? 3.25
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  A( 2 ) =? 4.57
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  A( 1 ) =? 1.21
TERMINO INDEPENDIENTE ,  A(0) =?-.99

VALOR DE K  =? 2.31

EL POLINOMIO PRODUCTO DE 2.31 POR P(X),  K.P(X)   ES :

COEFICIENTE DE X^ 5 ,  P( 5 ) =-5.4054
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  P( 4 ) = 10.5336
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  P( 3 ) = 7.5075
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  P( 2 ) = 10.5567
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  P( 1 ) = 2.7951
TERMINO INDEPENDIENTE ,  P(0) =-2.2869
```

2. Dado el polinomio:

$P(x) = 2x^{11}+3x^{10}-5x^9+6x^8-x^7+9x^5-4x^4+6x^3+2x^2-5x+4$ y $K = 5$

Hallar el polinomio KP(x).

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 11

COEFICIENTE DE X^ 11 ,  A( 11 ) =? 2
COEFICIENTE DE X^ 10 ,  A( 10 ) =? 3
COEFICIENTE DE X^ 9 ,  A( 9 ) =?-5
COEFICIENTE DE X^ 8 ,  A( 8 ) =? 6
COEFICIENTE DE X^ 7 ,  A( 7 ) =?-1
COEFICIENTE DE X^ 6 ,  A( 6 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  A( 5 ) =? 9
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  A( 4 ) =?-4
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  A( 3 ) =? 6
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  A( 2 ) =? 2
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  A( 1 ) =?-5
TERMINO INDEPENDIENTE ,  A(0) =? 4

VALOR DE K  =? 5

EL POLINOMIO PRODUCTO DE 5 POR P(X),  K.P(X)   ES :

COEFICIENTE DE X^ 11 ,  P( 11 ) = 10
COEFICIENTE DE X^ 10 ,  P( 10 ) = 15
COEFICIENTE DE X^ 9 ,  P( 9 ) =-25
```

```
COEFICIENTE DE X^ 8 ,  P( 8 ) = 30
COEFICIENTE DE X^ 7 ,  P( 7 ) =-5
COEFICIENTE DE X^ 6 ,  P( 6 ) = 0
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  P( 5 ) = 45
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  P( 4 ) =-20
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  P( 3 ) = 30
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  P( 2 ) = 10
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  P( 1 ) =-25
TERMINO INDEPENDIENTE ,  P(0) = 20
```

PRODUCTO DE UN POLINOMIO POR EL BINOMIO (x + a)

introducción:

Este breve programa sirve para calcular el producto de un polinomio P(x) por el binomio (x+a)

Si el grado del polinomio P(x) es N el polinomio P(x)(x+a) será de grado N+1, de ahi que haya que dimensionar la variable C, que representa los coeficientes del polinomio producto del siguiente modo C(N+1).

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM          P R O D U C T O    D E    U N    P O L I N O M I O    P(X)
40 REM
50 REM                  P O R    E L    B I N O M I O      (X+A)
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =";
120 INPUT N
130 DIM B(N+1),C(N+1)
140 PRINT
150 FOR I=N TO 1 STEP -1
160 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;",  B(";I;") =";
170 INPUT B(I)
180 NEXT I
190 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE ,  B(0) =";
200 INPUT B(0)
210 PRINT
220 PRINT "ESCRIBA EL VALOR DE A DEL BINOMIO (X + A),  A =";
230 INPUT A
240 PRINT
250 PRINT
260 PRINT "EL PRODUCTO      (X-A)*P(X)   ES IGUAL A :"
270 PRINT
280 FOR I=N+1 TO 1 STEP -1
290 C(I)=A*B(I)+ B(I-1)
300 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;",  C(";I;") =";C(I)
310 NEXT I
320 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE ,  C(0) =";A*B(0)
330 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el producto del polinomio:

$P(x) = 7x^{12} - 3x^{11} + 6x^5 - 7x^4 + x^2 - x + 2$ por el binomio $(x+3)$.

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 12

COEFICIENTE DE X^ 12 ,  B( 12 ) =? 7
COEFICIENTE DE X^ 11 ,  B( 11 ) =?-3
COEFICIENTE DE X^ 10 ,  B( 10 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 9 ,  B( 9 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 8 ,  B( 8 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 7 ,  B( 7 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 6 ,  B( 6 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  B( 5 ) =? 6
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  B( 4 ) =?-7
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  B( 3 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  B( 2 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  B( 1 ) =?-1
TERMINO INDEPENDIENTE ,  B(0) =? 2

ESCRIBA EL VALOR DE A DEL BINOMIO (X + A),  A = 3


EL PRODUCTO      (X-A)*P(X)   ES IGUAL A :

COEFICIENTE DE X^ 13 ,  C( 13 ) = 7
COEFICIENTE DE X^ 12 ,  C( 12 ) = 18
COEFICIENTE DE X^ 11 ,  C( 11 ) =-9
COEFICIENTE DE X^ 10 ,  C( 10 ) = 0
COEFICIENTE DE X^ 9 ,  C( 9 ) = 0
COEFICIENTE DE X^ 8 ,  C( 8 ) = 0
COEFICIENTE DE X^ 7 ,  C( 7 ) = 0
COEFICIENTE DE X^ 6 ,  C( 6 ) = 6
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  C( 5 ) = 11
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  C( 4 ) =-21
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  C( 3 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  C( 2 ) = 2
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  C( 1 ) =-1
TERMINO INDEPENDIENTE ,  C(0) = 6
```

2. Hallar el producto del polinomio:

$P(x) = 3x^6 + 2x^5 - x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 7x + 3$ por el binomio $(x-2)$.

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 6

COEFICIENTE DE X^ 6 ,  B( 6 ) =? 3
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  B( 5 ) =? 2
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  B( 4 ) =?-1
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  B( 3 ) =? 4
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  B( 2 ) =? 5
```

```
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  B( 1 ) =? 7
TERMINO INDEPENDIENTE ,  B(0) =? 3

ESCRIBA EL VALOR DE A DEL BINOMIO (X + A),  A =-2


EL PRODUCTO      (X-A)*P(X)   ES IGUAL A :

COEFICIENTE DE X^ 7 ,  C( 7 ) = 3
COEFICIENTE DE X^ 6 ,  C( 6 ) =-4
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  C( 5 ) =-5
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  C( 4 ) = 6
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  C( 3 ) =-3
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  C( 2 ) =-3
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  C( 1 ) =-11
TERMINO INDEPENDIENTE ,  C(0) =-6
```

PRODUCTO DE POLINOMIOS

introducción:

Este programa permite calcular el producto de dos polinomios P(x) y Q(x), cualesquiera que sean sus grados. Los coeficientes del polinomio P(x) se acumulan en la variable A(I), y los del polinomio Q(x) en la variable B(J), siendo los coeficientes del polinomio producto los de la variable P(K).

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM
40 REM              P R O D U C T O      D E     P O L I N O M I O S
50 REM
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
109 REM - ENTRADA DEL POLINOMIO P(X) -
110 PRINT "GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =";
120 INPUT N
130 DIM A(N)
140 PRINT
150 PRINT "COEFICIENTES DEL POLINOMIO P(X)"
160 PRINT
170 FOR I=N TO 0 STEP -1
180 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;",   A(";I;") =";
190 INPUT A(I)
200 NEXT I
210 PRINT
219 REM - ENTRADA DEL POLINOMIO Q(X) -
220 PRINT "GRADO DEL POLINOMIO Q(X),  M =";
230 INPUT M
240 DIM B(M)
250 PRINT
260 PRINT "COEFICIENTES DEL POLINOMIO Q(X)"
270 PRINT
280 FOR J=M TO 0 STEP -1
290 PRINT "COEFICIENTE DE X^";J;",   B(";J;") =";
300 INPUT B(J)
```

```
310 NEXT J
320 PRINT
330 FOR I=N TO 0 STEP -1
340 FOR J=M TO 0 STEP -1
350 C(I,J)=A(I)*B(J)
360 NEXT J
370 NEXT I
380 R=N+M
390 DIM P(R)
400 FOR K=0 TO R
410 P(K)=0
420 NEXT K
430 FOR K=1 TO R
440 I=0
450 P(K)=P(K)+C(I,K-I)
460 IF I=K THEN GOTO 490
470 I=I+1
480 GOTO 450
490 NEXT K
500 PRINT
509 REM - SALIDA DEL POLINOMIO PRODUCTO -
510 PRINT "EL POLINOMIO  PRODUCTO  P(X).Q(X)  TIENE LOS SIGUIENTES COEFICIENTES"
520 PRINT
530 FOR K=R TO 1 STEP -1
540 PRINT "COEFICIENTE DE X^";K;",  P(";K;") =";P(K)
550 NEXT K
560 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE ,P( 0 ) =";C(0,0)
570 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dados los polinomios: $P(x) = 2x^6 - 3x^5 + 5x^4 + 7x^3 + 9x^2 - 3$ y $Q(x) = 3x^4 - x^3 - 7x^2 + 12x + 4$. Calcular el polinomio producto $P(x).Q(x)$.

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 6

COEFICIENTES DEL POLINOMIO P(X)

COEFICIENTE DE X^ 6 ,   A( 6 ) =? 2
COEFICIENTE DE X^ 5 ,   A( 5 ) =?-3
COEFICIENTE DE X^ 4 ,   A( 4 ) =? 5
COEFICIENTE DE X^ 3 ,   A( 3 ) =? 7
COEFICIENTE DE X^ 2 ,   A( 2 ) =? 9
COEFICIENTE DE X^ 1 ,   A( 1 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 0 ,   A( 0 ) =?-3

GRADO DEL POLINOMIO Q(X),  M =? 4

COEFICIENTES DEL POLINOMIO Q(X)

COEFICIENTE DE X^ 4 ,   B( 4 ) =? 3
COEFICIENTE DE X^ 3 ,   B( 3 ) =?-1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,   B( 2 ) =?-7
COEFICIENTE DE X^ 1 ,   B( 1 ) =? 12
COEFICIENTE DE X^ 0 ,   B( 0 ) =? 4
```

```
EL POLINOMIO  PRODUCTO  P(X).Q(X)  TIENE LOS SIGUIENTES COEFICIENTES

COEFICIENTE DE X^ 10 ,  P( 10 ) = 6
COEFICIENTE DE X^ 9 ,  P( 9 ) =-11
COEFICIENTE DE X^ 8 ,  P( 8 ) = 4
COEFICIENTE DE X^ 7 ,  P( 7 ) = 61
COEFICIENTE DE X^ 6 ,  P( 6 ) =-43
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  P( 5 ) =-10
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  P( 4 ) = 32
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  P( 3 ) = 139
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  P( 2 ) = 57
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  P( 1 ) =-36
TERMINO INDEPENDIENTE ,P( 0 ) =-12
```

2. Dados los polinomios: $P(x) = 5x^4 - 6x^3 + 3x^2 - 2x + 7$ y $Q(x) = x^3 - 1$. Calcular el polinomio producto $P(x).Q(x)$.

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 4

COEFICIENTES DEL POLINOMIO P(X)

COEFICIENTE DE X^ 4 ,   A( 4 ) =? 5
COEFICIENTE DE X^ 3 ,   A( 3 ) =?-6
COEFICIENTE DE X^ 2 ,   A( 2 ) =? 3
COEFICIENTE DE X^ 1 ,   A( 1 ) =?-2
COEFICIENTE DE X^ 0 ,   A( 0 ) =? 7

GRADO DEL POLINOMIO Q(X),  M =? 3

COEFICIENTES DEL POLINOMIO Q(X)

COEFICIENTE DE X^ 3 ,   B( 3 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,   B( 2 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 1 ,   B( 1 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 0 ,   B( 0 ) =?-1

EL POLINOMIO  PRODUCTO  P(X).Q(X)  TIENE LOS SIGUIENTES COEFICIENTES

COEFICIENTE DE X^ 7 ,  P( 7 ) = 5
COEFICIENTE DE X^ 6 ,  P( 6 ) =-6
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  P( 5 ) = 3
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  P( 4 ) =-7
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  P( 3 ) = 13
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  P( 2 ) =-3
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  P( 1 ) = 2
TERMINO INDEPENDIENTE ,P( 0 ) =-7
```

REGLA DE RUFFINI

introducción:

Este programa sirve para realizar el cociente de un polinomio P(x) por el binomio (x-a), obteniendose el polinomio cociente, asi como el valor del resto, que coincide con el valor númerico de P(x) para x = a (Teorema del resto).

A partir de la linea 399 se realiza la impresión de los resultados con arreglo al esquema de la regla de Ruffini, con el fin de hacer más claros los resultados.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM        C O C I E N T E   D E   U N   P O L I N O M I O   P(X)
40 REM
50 REM              P O R   E L   B I N O M I O   (X-A)
60 REM
70 REM                 (R E G L A   D E   R U F F I N I)
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =";
120 INPUT N
130 DIM B(N),C(N)
140 PRINT
150 FOR I=N TO 1 STEP -1
160 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;",  B(";I;") =";
170 INPUT B(I)
180 NEXT I
190 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE ,  B(0) =";
200 INPUT B(0)
210 PRINT
220 PRINT "ESCRIBA EL VALOR DE A DEL BINOMIO (X - A),  A =";
230 INPUT A
240 PRINT
250 PRINT
```

```
260 PRINT "EL COCIENTE        P(X)/(X-A)   ES IGUAL A :"
270 PRINT
280 C(N-1)=B(N)
290 PRINT "COEFICIENTE DE X^";N-1;",  C(";N-1;") =";C(N-1)
300 FOR I=N-1 TO 1 STEP -1
310 C(I-1)=C(I)*A+B(I)
320 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I-1;",  C(";I-1;") =";C(I-1)
325 NEXT I
330 R=C(0)*A+B(0)
340 PRINT "EL RESTO DE LA DIVISION ES  R =";R
350 IF R<>0 THEN GOTO 390
370 PRINT
380 PRINT "LA DIVISION ES EXACTA, X =";A;" ES UNA RAIZ DEL POLINOMIO P(X)"
390 PRINT
399 REM - IMPRESION DE LA REGLA DE RUFFINI -
400 PRINT "       ";
410 FOR I=N TO 0 STEP -1
420 PRINT B(I);"    ";
430 NEXT I
440 PRINT
450 PRINT A;"    ";
460 FOR I=N   TO 0 STEP -1
470 PRINT C(I)*A;"    ";
480 NEXT I
490 PRINT
500 PRINT "****************************************"
510 PRINT "       ";
520 FOR I=N-1 TO 0 STEP -1
530 PRINT C(I);"    ";
540 NEXT I
550 PRINT R;" = R"
560 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el cociente de $(x^8-2):(x+1)$.

SOLUCION :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 8

COEFICIENTE DE X^ 8 ,  B( 8 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 7 ,  B( 7 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 6 ,  B( 6 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  B( 5 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  B( 4 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  B( 3 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  B( 2 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  B( 1 ) =? 0
TERMINO INDEPENDIENTE ,  B(0) =?-2

ESCRIBA EL VALOR DE A DEL BINOMIO (X - A),  A =? 1


EL COCIENTE       P(X)/(X-A)   ES IGUAL A :

COEFICIENTE DE X^ 7 ,  C( 7 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 6 ,  C( 6 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  C( 5 ) = 1
```

```
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  C( 4 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  C( 3 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  C( 2 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  C( 1 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 0 ,  C( 0 ) = 1
EL RESTO DE LA DIVISION ES  R =-1

       1     0     0     0     0     0     0     0    -2
 1     0     1     1     1     1     1     1     1     1
*****************************************************************
       1     1     1     1     1     1     1     1    -1  = R
```

2. Hallar el cociente siguiente: $x^9-2x^7+x^5-3x^4+x^3-x : x-1$

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 9

COEFICIENTE DE X^ 9 ,  B( 9 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 8 ,  B( 8 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 7 ,  B( 7 ) =?-2
COEFICIENTE DE X^ 6 ,  B( 6 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  B( 5 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  B( 4 ) =?-3
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  B( 3 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  B( 2 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  B( 1 ) =?-1
TERMINO INDEPENDIENTE ,  B(0) =? 0

ESCRIBA EL VALOR DE A DEL BINOMIO (X - A),  A =? 1


EL COCIENTE       P(X)/(X-A)   ES IGUAL A :

COEFICIENTE DE X^ 8 ,  C( 8 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 7 ,  C( 7 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 6 ,  C( 6 ) =-1
COEFICIENTE DE X^ 5 ,  C( 5 ) =-1
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  C( 4 ) = 0
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  C( 3 ) =-3
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  C( 2 ) =-2
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  C( 1 ) =-2
COEFICIENTE DE X^ 0 ,  C( 0 ) =-3
EL RESTO DE LA DIVISION ES  R =-3

       1     0    -2     0     1    -3     1     0    -1     0
 1     0     1     1    -1    -1     0    -3    -2    -2    -3
*****************************************************************
       1     1    -1    -1     0    -3    -2    -2    -3    -3  = R
```

3. Dividir el polinomio x^3-8 por $x-2$

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 3

COEFICIENTE DE X^ 3 ,  B( 3 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  B( 2 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  B( 1 ) =? 0
```

```
TERMINO INDEPENDIENTE ,  B(O) =?-8

ESCRIBA EL VALOR DE A DEL BINOMIO (X - A),  A =? 2


EL COCIENTE       P(X)/(X-A)   ES IGUAL A :

COEFICIENTE DE X^ 2 ,  C( 2 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  C( 1 ) = 2
COEFICIENTE DE X^ 0 ,  C( 0 ) = 4
EL RESTO DE LA DIVISION ES  R = 0

LA DIVISION ES EXACTA, X = 2  ES UNA RAIZ DEL POLINOMIO P(X)

       1     0     0    -8
 2     0     2     4     8
**********************************
       1     2     4     0  = R
```

4. Dividir el polinomio: $x^5+2x^4+3x^3+4x^2+5x+6$ por $x+1$

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO P(X),  N =? 5

COEFICIENTE DE X^ 5 ,  B( 5 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 4 ,  B( 4 ) =? 2
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  B( 3 ) =? 3
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  B( 2 ) =? 4
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  B( 1 ) =? 5
TERMINO INDEPENDIENTE ,  B(O) =? 6

ESCRIBA EL VALOR DE A DEL BINOMIO (X - A),  A =?-1


EL COCIENTE       P(X)/(X-A)   ES IGUAL A :

COEFICIENTE DE X^ 4 ,  C( 4 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 3 ,  C( 3 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  C( 2 ) = 2
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  C( 1 ) = 2
COEFICIENTE DE X^ 0 ,  C( 0 ) = 3
EL RESTO DE LA DIVISION ES  R = 3

       1     2     3     4     5     6
-1     0    -1    -1    -2    -2    -3
*****************************************
       1     1     2     2     3     3  = R
```

COCIENTE DE POLINOMIOS

introducción:

El presente programa sirve para calcular el cociente entre dos polinomios P(x) y Q(x).

La ejecución del programa permite obtener los coeficientes del polinomio cociente C(x) pero no el resto R(x), en caso de que se quiera obtener, sería: R(x) = P(x) - Q(x).C(x) Estas operaciones ya han sido estudiadas en programas anteriores.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM
40 REM              C O C I E N T E    D E    P O L I N O M I O S
50 REM
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "GRADO DEL POLINOMIO DIVIDENDO P(X),  N =";
120 INPUT N
130 DIM A(N)
140 PRINT
150 PRINT "COEFICIENTES DEL POLINOMIO DIVIDENDO  P(X)"
160 PRINT
170 FOR I=N TO 0 STEP -1
180 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;",   A(";I;") =";
190 INPUT A(I)
200 NEXT I
210 PRINT
220 PRINT "GRADO DEL POLINOMIO DIVISOR Q(X),  M =";
230 INPUT M
240 DIM B(M)
250 PRINT
260 PRINT "COEFICIENTES DEL POLINOMIO DIVISOR  Q(X)"
270 PRINT
280 FOR I=M TO 0 STEP -1
290 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;",   B(";I;") =";
300 INPUT B(I)
310 NEXT I
```

```
320 PRINT
330 DIM C(N-M)
340 FOR I= N TO M STEP -1
350 C(I-M)=A(I)/B(M)
360 IF I=M THEN GOTO 400
370 FOR J=0 TO M
380 A(I-J)=A(I-J)-C(I-M)*B(M-J)
390 NEXT J
400 NEXT I
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT "EL POLINOMIO COCIENTE P(X)/Q(X) TIENE LOS COEFICIENTES SIGUIENTES:"
440 PRINT
450 FOR I=N-M TO 0 STEP -1
460 PRINT "COEFICIENTE DE X^";I;",  C(";I;") =";C(I)
470 NEXT I
480 END
```

ejercicios resueltos:

1. Sean $P(x) = x^5-x^3+x$ y $Q(x) = x^2+1$.

Hallar $P(x) : Q(x)$

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO DIVIDENDO P(X),  N =? 5

COEFICIENTES DEL POLINOMIO DIVIDENDO  P(X)

COEFICIENTE DE X^ 5 ,   A( 5 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 4 ,   A( 4 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 3 ,   A( 3 ) =?-1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,   A( 2 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 1 ,   A( 1 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 0 ,   A( 0 ) =? 0

GRADO DEL POLINOMIO DIVISOR Q(X),  M =? 2

COEFICIENTES DEL POLINOMIO DIVISOR  Q(X)

COEFICIENTE DE X^ 2 ,   B( 2 ) =? 1
COEFICIENTE DE X^ 1 ,   B( 1 ) =? 0
COEFICIENTE DE X^ 0 ,   B( 0 ) =? 1


EL POLINOMIO COCIENTE P(X)/Q(X) TIENE.LOS COEFICIENTES SIGUIENTES:

COEFICIENTE DE X^ 3 ,  C( 3 ) = 1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  C( 2 ) = 0
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  C( 1 ) =-2
COEFICIENTE DE X^ 0 ,  C( 0 ) = 0
```

2. Sea $P(x) = 0.24x^5+0.44x^4-0.12x^3-0.58x^2-0.48x+0.18$ y

$Q(x) = 0.2x^2+0.3x-0.1$

Hallar $P(x) : Q(x)$.

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO DIVIDENDO P(X),  N =? 5

COEFICIENTES DEL POLINOMIO DIVIDENDO  P(X)

COEFICIENTE DE X^ 5 ,   A( 5 ) =? .24
COEFICIENTE DE X^ 4 ,   A( 4 ) =? .44
COEFICIENTE DE X^ 3 ,   A( 3 ) =?-.12
COEFICIENTE DE X^ 2 ,   A( 2 ) =?-.58
COEFICIENTE DE X^ 1 ,   A( 1 ) =?-.48
COEFICIENTE DE X^ 0 ,   A( 0 ) =? .18

GRADO DEL POLINOMIO DIVISOR Q(X),  M =? 2

COEFICIENTES DEL POLINOMIO DIVISOR  Q(X)

COEFICIENTE DE X^ 2 ,   B( 2 ) =? .2
COEFICIENTE DE X^ 1 ,   B( 1 ) =? .3
COEFICIENTE DE X^ 0 ,   B( 0 ) =?-.1

EL POLINOMIO COCIENTE P(X)/Q(X) TIENE LOS COEFICIENTES SIGUIENTES:

COEFICIENTE DE X^ 3 ,  C( 3 ) = 1.2
COEFICIENTE DE X^ 2 ,  C( 2 ) = .4
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  C( 1 ) =-.6
COEFICIENTE DE X^ 0 ,  C( 0 ) =-1.8
```

3. Sean $P(x) = 6x^4-x^3+5x^2+3x-14$ y $Q(x) = 2x^2-3x+7$.

Calcular $P(x) : Q(x)$.

S O L U C I O N :

```
GRADO DEL POLINOMIO DIVIDENDO P(X),  N =? 4

COEFICIENTES DEL POLINOMIO DIVIDENDO  P(X)

COEFICIENTE DE X^ 4 ,   A( 4 ) =? 6
COEFICIENTE DE X^ 3 ,   A( 3 ) =?-1
COEFICIENTE DE X^ 2 ,   A( 2 ) =? 5
COEFICIENTE DE X^ 1 ,   A( 1 ) =? 3
COEFICIENTE DE X^ 0 ,   A( 0 ) =?-14

GRADO DEL POLINOMIO DIVISOR Q(X),  M =? 2

COEFICIENTES DEL POLINOMIO DIVISOR  Q(X)

COEFICIENTE DE X^ 2 ,   B( 2 ) =? 2
COEFICIENTE DE X^ 1 ,   B( 1 ) =?-3
COEFICIENTE DE X^ 0 ,   B( 0 ) =? 7

EL POLINOMIO COCIENTE P(X)/Q(X) TIENE LOS COEFICIENTES SIGUIENTES:

COEFICIENTE DE X^ 2 ,  C( 2 ) = 3
COEFICIENTE DE X^ 1 ,  C( 1 ) = 4
COEFICIENTE DE X^ 0 ,  C( 0 ) =-2
```

COORDENADAS DE UN VECTOR RESPECTO DE UNA BASE

introducción:

Este programa permite obtener las coordenadas de un vector respecto de una base dada, para ello se introducen las coordenadas de los vectores de la base B y a continuación las coordenadas respecto de la base canónica del vector $\vec{w}$, finalmente el programa proporciona las nuevas coordenadas.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM     C A L C U L O    D E    L A S    C O O R D E N A D A S    D E
40 REM
50 REM   U N    V E C T O R    R E S P E C T O    D E    U N A    B A S E
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "DIMENSION DEL ESPACIO VECTORIAL V,       N =";
120 INPUT N
130 DIM A(N,N),B(N,N),C(N,N),Z(N),W(N)
140 PRINT
150 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE LOS VECTORES DE LA BASE B"
160 PRINT
170 PRINT
180 FOR F=1 TO N
190 PRINT "V E C T O R   ";F;" D E    L A    B A S E    B"
200 FOR C=1 TO N
210 PRINT "COORDENADA";C;"DEL VECTOR";F;
220 INPUT A(F,C)
230 NEXT C
240 PRINT
250 NEXT F
260 PRINT
270 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL VECTOR W"
280 PRINT
290 FOR F=1 TO N
300 PRINT "COORDENADA";F;"DEL VECTOR W";
310 INPUT Z(F)
320 NEXT F
```

```
330 PRINT
340 FOR F=1 TO N
350 B(F,F)=1
360 NEXT F
369 REM - COMPROBACION DE SI LOS VECTORES DADOS FORMAN BASE -
370 FOR C=1 TO N
380 FOR F=C TO N
390 IF A(F,C) <>0 THEN GOTO 430
400 NEXT F
410 PRINT "LOS VECTORES DADOS SON LINEALMENTE DEPENDIENTES, NO FORMAN BASE"
420 GOTO 800
429 REM - CALCULO DE LA MATRIZ INVERSA DE A(N,N) -
430 FOR K=1 TO N
440 X=A(C,K)
450 A(C,K)=A(F,K)
460 A(F,K)=X
470 XB=B(C,K)
480 B(F,K)=XB
490 NEXT K
500 Y=1/A(C,C)
510 FOR K=1 TO N
520 A(C,K)=A(C,K)*Y
530 B(C,K)=B(C,K)*Y
540 NEXT K
550 FOR P=1 TO N
560 IF P=C GOTO 620
570 Y=-A(P,C)
580 FOR K=1 TO N
590 A(P,K)=A(P,K)+A(C,K)*Y
600 B(P,K)=B(P,K)+B(C,K)*Y
610 NEXT K
620 NEXT P
630 NEXT C
640 FOR F=1 TO N
650 FOR C=1 TO N
660 C(F,C)=INT(B(F,C)*10000+.5)/10000
670 NEXT C
680 NEXT F
690 PRINT
699 REM - PRODUCTO DE Z(N)*C(N,N) -
700 FOR F=1 TO N
710 FOR C=1 TO N
720 W(F)=W(F)+C(C,F)*Z(C)
730 NEXT C
740 NEXT F
749 REM - SALIDA DEL RESULTADO -
750 PRINT "LAS COORDENADAS DEL VECTOR W, RESPECTO DE LA BASE B,  SON :"
760 PRINT
770 FOR F=1 TO N
780 PRINT "W";F;" =";W(F)
790 NEXT F
800 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar las coordenadas del vector $\vec{w} = (-2,6,0)$ respecto de la base $B = (\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3)$ siendo :

$$\begin{cases} \vec{u}_1 = (1,2,3) \\ \vec{u}_2 = (4,5,6) \\ \vec{u}_3 = (7,8,9) \end{cases}$$

SOLUCION :

```
DIMENSION DEL ESPACIO VECTORIAL V.        N =? 3

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE LOS VECTORES DE LA BASE B

V E C T O R    1  D E     L A     B A S E     B
COORDENADA 1 DEL VECTOR 1 ? 1
COORDENADA 2 DEL VECTOR 1 ? 2
COORDENADA 3 DEL VECTOR 1 ? 3

V E C T O R    2  D E     L A     B A S E     B
COORDENADA 1 DEL VECTOR 2 ? 4
COORDENADA 2 DEL VECTOR 2 ? 5
COORDENADA 3 DEL VECTOR 2 ? 6

V E C T O R    3  D E     L A     B A S E     B
COORDENADA 1 DEL VECTOR 3 ? 7
COORDENADA 2 DEL VECTOR 3 ? 8
COORDENADA 3 DEL VECTOR 3 ? 9


INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL VECTOR W

COORDENADA 1 DEL VECTOR W?-2
COORDENADA 2 DEL VECTOR W? 6
COORDENADA 3 DEL VECTOR W? 0


LOS VECTORES DADOS SON LINEALMENTE DEPENDIENTES. NO FORMAN BASE
```

2. Hallar las coordenadas del vector $\vec{w} = (-1,7,8,2,0)$ respecto de la base $B = (\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3,\vec{u}_4,\vec{u}_5)$ siendo: $\vec{u}_1 = (2,3,4,-5,6)$ $\vec{u}_4 = (0,-1,2,7,8)$

$\vec{u}_2 = (1,0,8,-9,2)$ $\vec{u}_5 = (22,4,8,9,2)$

$\vec{u}_3 = (5,7,-3,8,2)$

S O L U C I O N :

```
DIMENSION DEL ESPACIO VECTORIAL V.        N =? 5

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE LOS VECTORES DE LA BASE B

V E C T O R    1  D E     L A     B A S E     B
COORDENADA 1 DEL VECTOR 1 ? 2
COORDENADA 2 DEL VECTOR 1 ? 3
COORDENADA 3 DEL VECTOR 1 ? 4
COORDENADA 4 DEL VECTOR 1 ?-5
COORDENADA 5 DEL VECTOR 1 ? 6

V E C T O R    2  D E     L A     B A S E     B
COORDENADA 1 DEL VECTOR 2 ? 1
COORDENADA 2 DEL VECTOR 2 ? 0
COORDENADA 3 DEL VECTOR 2 ? 8
COORDENADA 4 DEL VECTOR 2 ?-9
COORDENADA 5 DEL VECTOR 2 ? 2

V E C T O R    3  D E     L A     B A S E     B
COORDENADA 1 DEL VECTOR 3 ? 5
COORDENADA 2 DEL VECTOR 3 ? 7
COORDENADA 3 DEL VECTOR 3 ?-3
COORDENADA 4 DEL VECTOR 3 ? 8
COORDENADA 5 DEL VECTOR 3 ? 2
```

```
V E C T O R    4  D E     L A     B A S E     B
COORDENADA 1 DEL VECTOR 4 ? 0
COORDENADA 2 DEL VECTOR 4 ?-1
COORDENADA 3 DEL VECTOR 4 ? 2
COORDENADA 4 DEL VECTOR 4 ? 7
COORDENADA 5 DEL VECTOR 4 ? 8

V E C T O R    5  D E     L A     B A S E     B
COORDENADA 1 DEL VECTOR 5 ? 22
COORDENADA 2 DEL VECTOR 5 ? 4
COORDENADA 3 DEL VECTOR 5 ? 8
COORDENADA 4 DEL VECTOR 5 ? 9
COORDENADA 5 DEL VECTOR 5 ? 2


INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL VECTOR W

COORDENADA 1 DEL VECTOR W?-1
COORDENADA 2 DEL VECTOR W? 7
COORDENADA 3 DEL VECTOR W? 8
COORDENADA 4 DEL VECTOR W? 2
COORDENADA 5 DEL VECTOR W? 0

LAS COORDENADAS DEL VECTOR W, RESPECTO DE LA BASE B,  SON :

W 1  =-3.0519
W 2  = 3.9343
W 3  = 2.7425
W 4  = .7626
W 5  =-.5696
```

3. Hallar las coordenadas del vector $\vec{w} = (-2,7,8)$ respecto de la base $B = (\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3)$ siendo :

$$\begin{cases} \vec{u}_1 = (1,0,2) \\ \vec{u}_2 = (0,1,3) \\ \vec{u}_3 = (4,0,0) \end{cases}$$

S O L U C I O N :

```
DIMENSION DEL ESPACIO VECTORIAL V,        N =? 3

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE LOS VECTORES DE LA BASE B

V E C T O R    1  D E     L A     B A S E     B
COORDENADA 1 DEL VECTOR 1 ? 1
COORDENADA 2 DEL VECTOR 1 ? 0
COORDENADA 3 DEL VECTOR 1 ? 2

V E C T O R    2  D E     L A     B A S E     B
COORDENADA 1 DEL VECTOR 2 ? 0
COORDENADA 2 DEL VECTOR 2 ? 1
COORDENADA 3 DEL VECTOR 2 ? 3

V E C T O R    3  D E     L A     B A S E     B
COORDENADA 1 DEL VECTOR 3 ? 4
COORDENADA 2 DEL VECTOR 3 ? 0
COORDENADA 3 DEL VECTOR 3 ? 0
```

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL VECTOR W

COORDENADA 1 DEL VECTOR W?-2
COORDENADA 2 DEL VECTOR W? 7
COORDENADA 3 DEL VECTOR W? 8

LAS COORDENADAS DEL VECTOR W, RESPECTO DE LA BASE B,  SON :

W 1  =-6.5
W 2  = 7
W 3  = 1.125
```

CAMBIO DE BASE

introducción:

Este programa permite realizar el cambio de base en un espacio vectorial. Para ello es preciso conocer las coordenadas de los vectores de la base nueva en función de los vectores de la base antigua, a continuación se introducen las coordenadas antiguas del vector $\vec{w}$ y el programa proporciona las coordenadas nuevas de dicho vector.

En caso de que por error, el usuario introduzca las coordenadas de la base nueva mal, el programa informa que los vectores dados son linealmente dependientes y por tanto no forman base.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    C A M B I O    D E    B A S E
40 REM
50 REM          E N    U N    E S P A C I O    V E C T O R I A L
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "DIMENSION DEL ESPACIO VECTORIAL V,       N =";
120 INPUT N
130 DIM A(N,N),B(N,N),C(N,N),Z(N),W(N)
140 PRINT
150 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE LOS VECTORES DE LA BASE NUEVA RESPECTO"
160 PRINT "DE LA BASE ANTIGUA"
170 PRINT
180 FOR F=1 TO N
190 PRINT "V E C T O R   ";F
200 FOR C=1 TO N
210 PRINT "COORDENADA";C;"DEL VECTOR";F;
220 INPUT A(F,C)
230 NEXT C
240 PRINT
250 NEXT F
260 PRINT
270 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS ANTIGUAS DEL VECTOR W"
```

```
280 PRINT
290 FOR F=1 TO N
300 PRINT "COORDENADA";F;"DEL VECTOR W";
310 INPUT Z(F)
320 NEXT F
330 PRINT
340 FOR F=1 TO N
350 B(F,F)=1
360 NEXT F
369 REM - COMPROBACION DE SI LOS VECTORES DADOS FORMAN BASE -
370 FOR C=1 TO N
380 FOR F=C TO N
390 IF A(F,C) <>0 THEN GOTO 430
400 NEXT F
410 PRINT "LOS VECTORES DADOS SON LINEALMENTE DEPENDIENTES, NO FORMAN BASE"
420 GOTO 800
429 REM - CALCULO DE LA MATRIZ INVERSA DE A(N,N) -
430 FOR K=1 TO N
440 X=A(C,K)
450 A(C,K)=A(F,K)
460 A(F,K)=X
470 XB=B(C,K)
480 B(F,K)=XB
490 NEXT K
500 Y=1/A(C,C)
510 FOR K=1 TO N
520 A(C,K)=A(C,K)*Y
530 B(C,K)=B(C,K)*Y
540 NEXT K
550 FOR P=1 TO N
560 IF P=C GOTO 620
570 Y=-A(P,C)
580 FOR K=1 TO N
590 A(P,K)=A(P,K)+A(C,K)*Y
600 B(P,K)=B(P,K)+B(C,K)*Y
610 NEXT K
620 NEXT P
630 NEXT C
640 FOR F=1 TO N
650 FOR C=1 TO N
660 C(F,C)=INT(B(F,C)*10000+.5)/10000
670 NEXT C
680 NEXT F
690 PRINT
699 REM - PRODUCTO DE Z(N)*C(N,N) -
700 FOR F=1 TO N
710 FOR C=1 TO N
720 W(F)=W(F)+C(C,F)*Z(C)
730 NEXT C
740 NEXT F
749 REM - SALIDA DEL RESULTADO -
750 PRINT "LAS COORDENADAS NUEVAS DEL VECTOR W,  SON :"
760 PRINT
770 FOR F=1 TO N
780 PRINT "W";F;" =";W(F)
790 NEXT F
800 END
```

ejercicios resueltos:

1. Sean $B = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4)$ y $B' = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4)$ dos bases de un mismo espacio vectorial tales que:

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{u}_1 - 2\vec{u}_2 + 6\vec{u}_3 + 8\vec{u}_4 \\ \vec{v}_2 = 3\vec{u}_1 + 5\vec{u}_2 + 6\vec{u}_3 - 3\vec{u}_4 \\ \vec{v}_3 = 9\vec{u}_1 + \quad + 6\vec{u}_3 - 5\vec{u}_4 \\ \vec{v}_4 = 7\vec{u}_1 + 8\vec{u}_2 + 2\vec{u}_3 \end{cases}$$

Hallar las coordenadas respecto de la base B' de un vector $\vec{w}$ que tiene las coordenadas (-2,3,4,-5) respecto de la base B.

S O L U C I O N :

```
DIMENSION DEL ESPACIO VECTORIAL V,        N =? 4

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE LOS VECTORES DE LA BASE NUEVA RESPECTO
DE LA BASE ANTIGUA

V E C T O R    1
COORDENADA 1 DEL VECTOR 1 ? 1
COORDENADA 2 DEL VECTOR 1 ?-2
COORDENADA 3 DEL VECTOR 1 ? 6
COORDENADA 4 DEL VECTOR 1 ? 8

V E C T O R    2
COORDENADA 1 DEL VECTOR 2 ? 3
COORDENADA 2 DEL VECTOR 2 ? 5
COORDENADA 3 DEL VECTOR 2 ? 6
COORDENADA 4 DEL VECTOR 2 ?-3

V E C T O R    3
COORDENADA 1 DEL VECTOR 3 ? 9
COORDENADA 2 DEL VECTOR 3 ? 0
COORDENADA 3 DEL VECTOR 3 ? 6
COORDENADA 4 DEL VECTOR 3 ?-5

V E C T O R    4
COORDENADA 1 DEL VECTOR 4 ? 7
COORDENADA 2 DEL VECTOR 4 ? 8
COORDENADA 3 DEL VECTOR 4 ? 2
COORDENADA 4 DEL VECTOR 4 ? 0


INTRODUZCA LAS COORDENADAS ANTIGUAS DEL VECTOR W ,

COORDENADA 1 DEL VECTOR W?-2
COORDENADA 2 DEL VECTOR W? 3
COORDENADA 3 DEL VECTOR W? 4
COORDENADA 4 DEL VECTOR W?-5


LAS COORDENADAS NUEVAS DEL VECTOR W,  SON :

W 1  =-.2664
W 2  = 1.3371
W 3  =-.228
W 4  =-.5276
```

2. Sean $B = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4, \vec{u}_5)$, $B' = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5)$ dos bases de un mismo espacio vectorial, tales que:

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = 2\vec{u}_1 + 3\vec{u}_3 + 5\vec{u}_4 - 2\vec{u}_5 \\ \vec{v}_2 = 7\vec{u}_1 + 5\vec{u}_2 - 2\vec{u}_3 + 4\vec{u}_4 + 8\vec{u}_5 \\ \vec{v}_3 = 3\vec{u}_1 + 4\vec{u}_2 + \vec{u}_3 + 8\vec{u}_4 + 9\vec{u}_5 \\ \vec{v}_4 = 4\vec{u}_1 - 2\vec{u}_3 + 3\vec{u}_4 - 5\vec{u}_5 \\ \vec{v}_5 = 2\vec{u}_1 + 3\vec{u}_2 + 4\vec{u}_3 - \vec{u}_4 \end{cases}$$

Hallar las coordenadas respecto de la base B' de un vector $\vec{w}$ que tiene las coordenadas (9,-8,4,-3,1) respecto de la base B.

S O L U C I O N :

```
DIMENSION DEL ESPACIO VECTORIAL V.        N =? 5

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE LOS VECTORES DE LA BASE NUEVA RESPECTO
DE LA BASE ANTIGUA

V E C T O R    1
COORDENADA 1 DEL VECTOR 1 ? 2
COORDENADA 2 DEL VECTOR 1 ? 0
COORDENADA 3 DEL VECTOR 1 ? 3
COORDENADA 4 DEL VECTOR 1 ? 5
COORDENADA 5 DEL VECTOR 1 ?-2

V E C T O R    2
COORDENADA 1 DEL VECTOR 2 ? 7
COORDENADA 2 DEL VECTOR 2 ? 5
COORDENADA 3 DEL VECTOR 2 ?-2
COORDENADA 4 DEL VECTOR 2 ? 4
COORDENADA 5 DEL VECTOR 2 ? 8

V E C T O R    3
COORDENADA 1 DEL VECTOR 3 ? 3
COORDENADA 2 DEL VECTOR 3 ? 4
COORDENADA 3 DEL VECTOR 3 ? 1
COORDENADA 4 DEL VECTOR 3 ? 8
COORDENADA 5 DEL VECTOR 3 ? 9

V E C T O R    4
COORDENADA 1 DEL VECTOR 4 ? 4
COORDENADA 2 DEL VECTOR 4 ? 0
COORDENADA 3 DEL VECTOR 4 ?-2
COORDENADA 4 DEL VECTOR 4 ? 3
COORDENADA 5 DEL VECTOR 4 ?-5

V E C T O R    5
COORDENADA 1 DEL VECTOR 5 ? 2
COORDENADA 2 DEL VECTOR 5 ? 3
COORDENADA 3 DEL VECTOR 5 ? 4
COORDENADA 4 DEL VECTOR 5 ?-1
COORDENADA 5 DEL VECTOR 5 ? 0
```

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS ANTIGUAS DEL VECTOR W

COORDENADA 1 DEL VECTOR W? 9
COORDENADA 2 DEL VECTOR W?-8
COORDENADA 3 DEL VECTOR W? 4
COORDENADA 4 DEL VECTOR W?-3
COORDENADA 5 DEL VECTOR W? 1


LAS COORDENADAS NUEVAS DEL VECTOR W,  SON :

W 1  = 9.1825
W 2  = 6.7643
W 3  =-7.5179
W 4  =-6.5824
W 5  =-3.9161
```

3. Sean $B = (\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3)$ y $B' = (\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3)$ dos bases de un mismo espacio vectorial, tales que:

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{u}_1 + 2\vec{u}_2 + 3\vec{u}_3 \\ \vec{v}_2 = 4\vec{u}_1 + 5\vec{u}_2 + 6\vec{u}_3 \\ \vec{v}_3 + 7\vec{u}_1 + 8\vec{u}_2 + 9\vec{u}_3 \end{cases}$$

Hallar las coordenadas respecto de B' de un vector $\vec{w}$ que respecto de B tiene las siguientes coordenadas $\vec{w} = (-3,4,7)$.

S O L U C I O N :

```
DIMENSION DEL ESPACIO VECTORIAL V,        N =? 3

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE LOS VECTORES DE LA BASE NUEVA RESPECTO
DE LA BASE ANTIGUA

V E C T O R    1
COORDENADA 1 DEL VECTOR 1 ? 1
COORDENADA 2 DEL VECTOR 1 ? 2
COORDENADA 3 DEL VECTOR 1 ? 3

V E C T O R    2
COORDENADA 1 DEL VECTOR 2 ? 4
COORDENADA 2 DEL VECTOR 2 ? 5
COORDENADA 3 DEL VECTOR 2 ? 6

V E C T O R    3
COORDENADA 1 DEL VECTOR 3 ? 7
COORDENADA 2 DEL VECTOR 3 ? 8
COORDENADA 3 DEL VECTOR 3 ? 9


INTRODUZCA LAS COORDENADAS ANTIGUAS DEL VECTOR W

COORDENADA 1 DEL VECTOR W?-3
COORDENADA 2 DEL VECTOR W? 4
COORDENADA 3 DEL VECTOR W? 7

LOS VECTORES DADOS SON LINEALMENTE DEPENDIENTES, NO FORMAN BASE
```

SUMA DE LAS FILAS Y LAS COLUMNAS DE UNA MATRIZ

introducción:

El presente programa permite sumar las filas y las columnas de una matriz de dimensiones cualesquiera.

Los resultados se imprimen de dos formas. De una parte, indicando el valor de la suma de cada fila o columna, de otra parte imprimiendo la matriz y la suma de filas y columnas a los márgenes.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM              S U M A     D E     L A S     F I L A S       Y
40 REM
50 REM       L A S     C O L U M N A S     D E     U N A     M A T R I Z
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ,        M =";
120 INPUT M
130 PRINT "NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ,     N =";
140 INPUT N
150 PRINT
160 DIM A(M,N),S(M),P(N)
170 PRINT "E L E M E N T O S     D E     L A     M A T R I Z"
180 PRINT
190 FOR F=1 TO M
200 PRINT "F I L A   ";F
210 FOR C=1 TO N
220 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA";C;
230 INPUT A(F,C)
240 NEXT C
250 PRINT
260 NEXT F
270 PRINT
280 PRINT "S U M A     D E     L A S     F I L A S"
290 PRINT
300 FOR F=1 TO M
310 S(F)=0
320 FOR C=1 TO N
```

```
330 S(F)=S(F)+A(F,C)
340 NEXT C
350 PRINT "LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA FILA";F;"ES =";S(F)
360 NEXT F
370 PRINT
380 PRINT "S U M A     D E     L A S     C O L U M N A S"
390 PRINT
400 FOR C=1 TO N
410 P(C)=0
420 FOR F=1 TO M
430 P(C)=P(C)+A(F,C)
440 NEXT F
450 PRINT "LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA";C;"ES =";P(C)
460 NEXT C
470 PRINT
480 PRINT
490 PRINT "R E S U L T A D O     F I N A L"
500 PRINT
510 FOR F=1 TO M
520 FOR C=1 TO N
530 PRINT A(F,C);"    ";
540 NEXT C
550 PRINT"              ";S(F)
560 PRINT
570 NEXT F
580 PRINT
590 PRINT
600 PRINT
610 FOR C=1 TO N
620 PRINT P(C);"   ";
630 NEXT C
640 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar la suma de las filas y de las columnas de la matriz:

$$\begin{bmatrix} 142 & 176 & 129 & 118 \\ 179 & 199 & 123 & 167 \\ 179 & 103 & 167 & 180 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ,        M =? 3
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ,     N =? 4

E L E M E N T O S     D E     L A     M A T R I Z

F I L A    1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 142
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 176
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 129
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 118
```

```
F I L A    2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 179
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 199
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 123
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 167

F I L A    3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 179
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 103
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 162
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 180


S U M A     D E     L A S     F I L A S

LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA FILA 1 ES = 565
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA FILA 2 ES = 668
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA FILA 3 ES = 624

S U M A     D E     L A S     C O L U M N A S

LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA 1 ES = 500
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA 2 ES = 478
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA 3 ES = 414
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA 4 ES = 465


R E S U L T A D O     F I N A L
```

$$\begin{bmatrix} 142 & 176 & 129 & 118 \\ 179 & 199 & 123 & 167 \\ 179 & 103 & 162 & 180 \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} 565 \\ 668 \\ 624 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 500 & 478 & 414 & 465 \end{matrix}$$

2. Hallar las sumas de las filas y las columnas de la matriz:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 & 7 & 8 & 2 \\ 3 & 7 & -3 & 2 & 4 & 7 \\ 1 & -2 & 6 & 8 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

SOLUCION :

```
NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ,          M =? 3
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ,       N =? 6

E L E M E N T O S     D E     L A     M A T R I Z

F I L A    1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 4
```

```
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? -6
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 6 ? 2

F I L A    2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? -3
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 5 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 6 ? 7

F I L A    3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? -2
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 5 ? 9
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 6 ? 2


S U M A     D E     L A S     F I L A S

LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA FILA 1 ES = 17
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA FILA 2 ES = 20
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA FILA 3 ES = 24

S U M A     D E     L A S     C O L U M N A S

LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA 1 ES = 6
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA 2 ES = 9
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA 3 ES =-3
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA 4 ES = 17
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA 5 ES = 21
LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA COLUMNA 6 ES = 11


R E S U L T A D O     F I N A L
```

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 & 7 & 8 & 2 \\ 3 & 7 & -3 & 2 & 4 & 7 \\ 1 & -2 & 6 & 8 & 9 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} 17 \\ 20 \\ 24 \end{matrix}$$

```
 6    9   -3    17    21    11
```

MATRIZ TRANSPUESTA

introducción:

Este programa permite calcular la transpuesta de una matriz A.

La operación de transposición de matrices consiste en cambiar filas por columnas con lo cual, si la matriz A es de dimensión (M,N) la matriz transpuesta T(A) es de dimensión (N,M).

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM                    T R A N S P O S I C I O N    D E
40 REM
50 REM                              M A T R I C E S
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
109 REM - ENTRADA DE LAS DIMENSIONES DE LA MATRIZ A -
110 PRINT "NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A,          M =";
120 INPUT M
130 PRINT "NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A,       N =";
140 INPUT N
150 PRINT
159 REM - ENTRADA DE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ A -
160 PRINT "M A T R I Z      A"
170 DIM A(M,N)
180 PRINT
190 FOR F=1 TO M
200 PRINT "F I L A  "; F
210 FOR C=1 TO N
220 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA"; C;
230 INPUT A(F,C)
240 NEXT C
250 PRINT
260 NEXT F
270 PRINT
280 PRINT
310 PRINT
320 PRINT "LA MATRIZ TRANSPUESTA DE LA MATRIZ A ES LA MATRIZ  T(A)"
330 PRINT
```

```
340 DIM B(N,M)
350 FOR C=1 TO N
360 FOR F=1 TO M
369 REM - SE CAMBIA EL ELEMENTO (F,C) POR EL (C,F) -
370 B(C,F)=A(F,C)
380 PRINT B(C,F);"    ";
390 NEXT F
400 PRINT
410 NEXT C
420 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar la transpuesta de la matriz A = $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 & 3 \\ -7 & 8 & 9 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A,          M =? 2
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A,       N =? 5

M A T R I Z      A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ?-3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ? 3

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ?-7
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 9
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 5 ? 2


LA MATRIZ TRANSPUESTA DE LA MATRIZ A ES LA MATRIZ  T(A)
```

$$\begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -3 & 8 \\ 4 & 9 \\ 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Hallar la transpuesta de la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} .57 & 2.14 \\ 3.78 & 4.23 \\ -.75 & -.24 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A,          M =? 3
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A,       N =? 2

M A T R I Z      A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? .57
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 2.14

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 3.78
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 4.23

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ?-.75
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ?-.24


LA MATRIZ TRANSPUESTA DE LA MATRIZ A ES LA MATRIZ  T(A)
```

$$\begin{bmatrix} .57 & 3.78 & -.75 \\ 2.14 & 4.23 & -.24 \end{bmatrix}$$

3. Hallar la transpuesta de la matriz :

$$A = \begin{bmatrix} 23 & 56 & 79 & -5 & 76 & 31 & 89 \\ 40 & 20 & 56 & 79 & 84 & 31 & 21 \end{bmatrix}$$

SOLUCION :

```
NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A,          M =? 2
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A,       N =? 7

M A T R I Z      A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 23
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 56
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 79
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ?-5
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ? 76
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 6 ? 31
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 7 ? 89

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 40
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 20
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 56
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 79
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 5 ? 84
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 6 ? 31
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 7 ? 21

LA MATRIZ TRANSPUESTA DE LA MATRIZ A ES LA MATRIZ  T(A)
```

$$\begin{bmatrix} 23 & 40 \\ 56 & 20 \\ 79 & 56 \\ -5 & 79 \\ 76 & 84 \\ 31 & 31 \\ 89 & 21 \end{bmatrix}$$

SUMA Y DIFERENCIA DE MATRICES

introducción:

Este programa sirve para calcular la suma y diferencia de las matrices A y B. Para ello es preciso que las matrices sean equidimensionales.

La suma y diferencia se realiza respectivamente en las lineas 470 y 580 del programa.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    S U M A     Y    D I F E R E N C I A
40 REM
50 REM                          D E      M A T R I C E S
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
108 REM - ENTRADA DE LAS DIMENSIONES DE LAS DOS MATRICES -
109 REM - LAS MATRICES A Y B TIENEN QUE SER EQUIDIMENSIONALES -
110 PRINT "NUMERO DE FILAS DE LAS MATRICES A Y B,       M =";
120 INPUT M
130 PRINT "NUMERO DE COLUMNAS DE LAS MATRICES A Y B,    N =";
140 INPUT N
150 PRINT
159 REM - ENTRADA DE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ A -
160 PRINT "M A T R I Z       A"
170 DIM A(M,N)
180 PRINT
190 FOR F=1 TO M
200 PRINT "F I L A  "; F
210 FOR C=1 TO N
220 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA"; C;
230 INPUT A(F,C)
240 NEXT C
250 PRINT
260 NEXT F
270 PRINT
280 PRINT
```

```
289 REM - ENTRADA DE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ B -
290 PRINT "M A T R I Z       B"
300 DIM B(M,N)
310 PRINT
320 FOR F=1 TO M
330 PRINT "FILA"; F
340 FOR C=1 TO N
350 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA"; C;
360 INPUT B(F,C)
370 NEXT C
380 PRINT
390 NEXT F
400 PRINT
410 PRINT
419 REM - SUMA DE LOS ELEMENTOS CORRESPONDIENTES -
420 PRINT "M A T R I Z     S U M A      S = A + B"
430 PRINT
440 DIM S(M,N)
450 FOR F=1 TO M
460 FOR C=1 TO N
470 S(F,C)=A(F,C)+B(F,C)
480 PRINT S(F,C);"      ";
490 NEXT C
500 PRINT
510 NEXT F
520 PRINT
530 PRINT
539 REM - DIFERENCIA DE LOS ELEMENTOS CORRESPONDIENTES -
540 PRINT "M A T R I Z    D I F E R E N C I A     D = A - B"
550 DIM D(M,N)
555 PRINT
560 FOR F=1 TO M
570 FOR C=1 TO N
580 D(F,C)=A(F,C)-B(F,C)
590 PRINT D(F,C);"      ";
600 NEXT C
610 PRINT
620 NEXT F
630 PRINT
640 PRINT
650 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dadas las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & 1 & 0 & 9 & -8 \\ 6 & -3 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad y \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 & -8 & 0 \\ 9 & -1 & 3 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & -4 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

Hallar A+B y A-B

SOLUCION :

```
NUMERO DE FILAS DE LAS MATRICES A Y B,      M =? 3
NUMERO DE COLUMNAS DE LAS MATRICES A Y B,   N =? 5

M A T R I Z      A
```

```
F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ?-1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 5
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ? 7

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ?-2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 9
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 5 ?-8

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ?-3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 5 ? 3


M A T R I Z      B

FILA 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ?-3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ?-8
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ? 0

FILA 2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 9
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ?-1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 5 ?-2

FILA 3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 5
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ?-4
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 5 ? 7


M A T R I Z     S U M A      S = A + B
```

$$\begin{bmatrix} 4 & -4 & 7 & -3 & 7 \\ 7 & 0 & 3 & 13 & -10 \\ 11 & 0 & -4 & 6 & 10 \end{bmatrix}$$

M A T R I Z D I F E R E N C I A D = A - B

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 & 13 & 7 \\ -11 & 2 & -3 & 5 & -6 \\ 1 & -6 & 4 & -6 & -4 \end{bmatrix}$$

2. Dadas las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} .23 & 3.4 & 5.78 \\ .01 & .56 & .78 \\ 2.31 & 1.11 & 9.08 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2.3 & 4.7 & 3.9 \\ 1.6 & 3.8 & 2.8 \\ 9.7 & -5.6 & -3.1 \end{bmatrix}$$

Hallar A+B y A-B

SOLUCION :

```
NUMERO DE FILAS DE LAS MATRICES A Y B,      M =? 3
NUMERO DE COLUMNAS DE LAS MATRICES A Y B,   N =? 3

M A T R I Z      A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? .23
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 3.4
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 5.78

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? .01
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? .56
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? .78

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 2.31
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 1.11
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 9.08


M A T R I Z      B

FILA 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2.3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 4.7
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 3.9

FILA 2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 1.6
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 3.8
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 2.8

FILA 3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 9.7
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ?-5.6
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ?-3.1

M A T R I Z     S U M A      S = A + B
[2.53      8.1      9.68 ]
[1.61      4.36     3.58 ]
[12.01     -4.49    5.98 ]

M A T R I Z   D I F E R E N C I A     D = A - B

[-2.07     -1.3     1.88  ]
[-1.59     -3.24    -2.02 ]
[-7.39     6.71     12.18 ]
```

PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UN MATRIZ

introducción:

Este breve programa sirve para calcular el producto de un escalar por una matriz de cualquier dimensión.

El programa es evidentemente muy sencillo y no requiere ninguna explicación.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                P R O D U C T O     D E    U N    E S C A L A R
40 REM
50 REM                        P O R    U N A    M A T R I Z
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
109 REM - ENTRADA DE LAS DIMENSIONES DE LA MATRIZ A -
110 PRINT "NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A,        M =";
120 INPUT M
130 PRINT "NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ B,     N =";
140 INPUT N
150 PRINT
159 REM - ENTRADA DE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ A -
160 PRINT "M A T R I Z       A"
170 DIM A(M,N)
180 PRINT
190 FOR F=1 TO M
200 PRINT "F I L A  "; F
210 FOR C=1 TO N
220 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA"; C;
230 INPUT A(F,C)
240 NEXT C
250 PRINT
260 NEXT F
270 PRINT
280 PRINT
```

```
290 PRINT  "INTRODUZCA EL ESCALAR  K =";
300 INPUT K
310 PRINT
320 PRINT "MATRIZ PRODUCTO DE LA MATRIZ A POR EL ESCALAR   K =";K
329 REM - PRODUCTO DEL ESCALAR POR CADA ELEMENTO DE LA MATRIZ -
330 PRINT
340 DIM K(M,N)
350 FOR F=1 TO M
360 FOR C=1 TO N
370 K(F,C)=K*A(F,C)
380 PRINT K(F,C);"    ";
390 NEXT C
400 PRINT
410 NEXT F
450 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular el producto de -7 por la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 7 \\ -2 & 5 & 8 & -1 \\ 0 & 2 & 9 & 3 \end{bmatrix}$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A,        M =? 3
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ B,     N =? 4

M A T R I Z      A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ?-3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 7

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ?-2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 5
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ?-1

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 9
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 3


INTRODUZCA EL ESCALAR  K =?-7

MATRIZ PRODUCTO DE LA MATRIZ A POR EL ESCALAR   K =-7
```

$$\begin{bmatrix} -7 & -14 & 21 & -49 \\ 14 & -35 & -56 & 7 \\ 0 & -14 & -63 & -21 \end{bmatrix}$$

2. Calcular el producto de 3.27 por la matriz $A = \begin{bmatrix} -3.24 & 6.89 \\ 1.09 & 9.23 \end{bmatrix}$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A,        M =? 2
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ B,     N =? 2

M A T R I Z      A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 3.24
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 6.89

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 1.09
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 9.23


INTRODUZCA EL ESCALAR  K =? 3.27

MATRIZ PRODUCTO DE LA MATRIZ A POR EL ESCALAR   K = 3.27
```

$$\begin{bmatrix} 10.5948 & 22.5303 \\ 3.5643 & 30.1821 \end{bmatrix}$$

PRODUCTO DE MATRICES

introducción:

Este programa sirve para calcular el producto de dos matrices A(M,N) y B(P,Q) para ello es preciso que N = P , en caso contrario las matrices no son multiplicables.

La matriz producto C es de dimensiones (M,Q).

En la linea 440-500 se realiza el producto de filas por columnas.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM              P R O D U C T O      D E     M A T R I C E S
40 REM
50 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A(M,N),      M =";
120 INPUT M
130 PRINT "NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A(M,N),   N =";
140 INPUT N: DIM A(M,N)
150 PRINT
160 PRINT "NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ B(P,Q),      P =";
170 INPUT P
180 IF P<>N THEN GOTO 630
190 PRINT "NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ B(P,Q),   Q =";
200 INPUT Q: DIM B(N,Q)
210 PRINT
219 REM - ENTRADA DE LA MATRIZ A -
220 PRINT "M A T R I Z      A"
230 PRINT
240 FOR F=1 TO M
250 PRINT "F I L A  ";F
260 FOR C=1 TO N
270 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA";C;
280 INPUT A(F,C)
290 NEXT C
300 PRINT
310 NEXT F
320 PRINT
330 PRINT
339 REM - ENTRADA DE LA MATRIZ B -
```

```
340 PRINT "M A T R I Z      B"
350 PRINT
360 FOR F=1 TO P
370 PRINT "F I L A  ";F
380 FOR C=1 TO Q
390 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA";C;
400 INPUT B(F,C)
410 NEXT C
420 PRINT
430 NEXT F
440 FOR F=1 TO M
450 FOR C=1 TO Q
460 FOR K=1 TO N
469 REM - PRODUCTO DE FILAS POR COLUMNAS -
470 C(F,C)=C(F,C)+A(F,K)*B(K,C)
480 NEXT K
490 NEXT C
500 NEXT F
510 PRINT
520 PRINT
530 PRINT
539 REM - IMPRESION DE LA MATRIZ PRODUCTO -
540 PRINT "M A T R I Z      P R O D U C T O"
550 PRINT
560 FOR F=1 TO M
570 FOR C=1 TO Q
580 PRINT C(F,C);"    ";
590 NEXT C
600 PRINT
610 NEXT F
620 STOP
630 PRINT
640 PRINT
650 PRINT "EL PRODUCTO  A(M,N).B(P,Q)  NO ES POSIBLE PUES N HA DE SER IGUAL A P"
660 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el siguiente producto:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 4 & -8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 3 & -5 & 2 \\ 9 & 2 & 1 & 5 \\ 6 & 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

SOLUCION:

```
NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A(M,N),      M =? 2
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A(M,N),   N =? 3

NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ B(P,Q),      P =? 3
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ B(P,Q),   Q =? 4

M A T R I Z     A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ?-1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 3
```

```
F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ?-8


M A T R I Z     B

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ?-5
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 2

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 9
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 5

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 5


M A T R I Z     P R O D U C T O

[21    10    -2    14]
[30    13   -55    -6]
```

2. Calcular el siguiente producto de matrices:

$$\begin{bmatrix} 2 & 23 & 31 & 56 & -12 \\ 45 & 87 & 21 & 36 & 42 \\ -45 & 12 & 20 & 39 & 21 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 35 & 65 & -89 & 30 \\ 12 & 39 & -11 & 21 \\ 4 & 72 & 31 & 47 \\ 2 & 21 & 31 & 41 \\ -31 & 12 & 78 & 54 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A(M,N),      M =? 3
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A(M,N),   N =? 5

NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ B(P,Q),      P =? 5
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ B(P,Q),   Q =? 4

M A T R I Z     A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 23
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 31
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 56
```

```
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ?-12

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 45
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 87
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 21
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 36
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 5 ? 42

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ?-45
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 12
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 20
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 39
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 5 ? 21


M A T R I Z     B

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 35
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 65
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ?-89
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 30

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 12
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 39
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ?-11
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 21

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 72
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 31
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 47

F I L A   4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 2 ? 21
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 3 ? 31
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 4 ? 41

F I L A   5

ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 1 ?-31
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 2 ? 12
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 3 ? 78
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 4 ? 54


M A T R I Z     P R O D U C T O

[ 954     4291     1330     3648 ]
[ 1473    9090     81       7908 ]
[-1924    54       7340     2575 ]
```

3. Calcular el siguiente producto de las matrices:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 5 & 0 & 4 \\ 6 & 7 & 8 & 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ A(M,N),     M =? 3
NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A(M,N),  N =? 5

NUMERO DE FILAS DE LA MATRIZ B(P,Q),     P =? 4


EL PRODUCTO A(M,N).B(P,Q)  NO ES POSIBLE PUES N HA DE SER IGUAL A P
```

POTENCIA DE UNA MATRIZ

introducción:

Este programa permite calcular la potencia n-ésima(n,n°natural) de una matriz cuadrada A.

Para ello se realiza un producto reiterado de A por A, n veces, utilizando un índice I como contador de las iteraciones. En la instrucción 450, se tiene que si I = N se detiene la repetición de los productos iniciándose la impresión de la matriz potencia.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM    P O T E N C I A    D E    U N A    M A T R I Z    C U A D R A D A
40 REM
50 REM              D E    E X P O N E N T E    N A T U R A L
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO DE FILAS O DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A(M,M),     M =";
120 INPUT M
125 DIM A(M,M),B(M,M),C(M,M)
130 PRINT "EXPONENTE DE LA POTENCIA, A(M,M)^N,      N =";
140 INPUT N
150 PRINT
159 REM - ENTRADA DE LA MATRIZ A -
160 PRINT "M A T R I Z     A"
170 PRINT
180 FOR F=1 TO M
190 PRINT "F I L A  ";F
200 FOR C=1 TO M
210 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA";C;
220 INPUT A(F,C)
230 NEXT C
240 PRINT
250 NEXT F
259 REM - LA MATRIZ B(N,N) SE IGUALA A LA MATRIZ A(N,N)
260 FOR F=1 TO M
270 FOR C=1 TO M
```

```
280 B(F,C)=A(F,C)
290 NEXT C
300 NEXT F
309 REM - SE INICIA EL RECUENTO DE LAS POTENCIAS -
310 I=1
320 FOR F=1 TO M
330 FOR C=1 TO M
340 C(F,C)=0
350 NEXT C
360 NEXT F
370 FOR F=1 TO M
380 FOR C=1 TO M
390 FOR K=1 TO M
400 C(F,C)=C(F,C)+A(F,K)*B(K,C)
410 NEXT K
420 NEXT C
430 NEXT F
440 I=I+1
450 IF I=N THEN GOTO 529
460 FOR F=1TO M
470 FOR C=1 TO M
480 B(F,C)=C(F,C)
490 NEXT C
500 NEXT F
510 GOTO 320
520 PRINT
529 REM - IMPRESION DE LA MATRIZ POTENCIA -
530 PRINT "M A T R I Z      P O T E N C I A      A(M,M)^";N
540 PRINT
550 PRINT
560 FOR F=1 TO M
570 FOR C=1 TO M
580 PRINT C(F,C);"     ";
590 NEXT C
600 PRINT
610 NEXT F
620 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar la potencia cuarta de la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS O DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A(M,M),      M =? 5
EXPONENTE DE LA POTENCIA, A(M,M)^N,       N =? 4

M A T R I Z     A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ? 1
```

```
F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 5 ? 1

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 5 ? 1

F I L A   4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 1 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 2 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 3 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 4 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 5 ? 1

F I L A   5
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 1 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 2 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 3 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 4 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 5 ? 1

M A T R I Z     P O T E N C I A     A(M,M)^ 4
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 10 & 20 & 35 \\ 0 & 1 & 4 & 10 & 20 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Calcular: $\begin{bmatrix} 0.65 & 0.76 & 0.89 \\ 0.45 & 0.56 & 0.34 \\ 0.23 & 0.45 & 0.17 \end{bmatrix}^5$

SOLUCION :

```
NUMERO DE FILAS O DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A(M,M),      M =? 3
EXPONENTE DE LA POTENCIA, A(M,M)^N,       N =? 5

M A T R I Z     A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? .65
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? .76
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? .89

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? .45
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? .56
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? .34

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? .23
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? .45
```

```
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? .17

M A T R I Z      P O T E N C I A      A(M,M)^ 5

[3.1811292      4.2134128      3.2519808]
[2.0153967      2.6692862      2.0602756]
[1.2497639      1.6552639      1.2775339]
```

3. Calcular la potencia quinta de la matriz:

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & -3 & 4 & 8 & 2 \\ 0 & -1 & 5 & -7 & 3 & 8 \\ -2 & -1 & 0 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 8 & 6 & 0 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & 9 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & -8 & 0 & -2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS O DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A(M,M),      M =? 6
EXPONENTE DE LA POTENCIA, A(M,M)^N,       N =? 5

M A T R I Z     A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? -3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 6 ? 2

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? -1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 5
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? -7
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 5 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 6 ? 8

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? -2
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? -1
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 5 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 6 ? 5

F I L A   4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 1 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 2 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 3 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 4 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 5 ? -2
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 6 ? 1
```

```
F I L A   5
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 1 ? 5
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 2 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 3 ? 9
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 4 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 5 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 6 ? 1

F I L A   6
ELEMENTO DE LA FILA 6 COLUMNA 1 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 6 COLUMNA 2 ? -8
ELEMENTO DE LA FILA 6 COLUMNA 3 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 6 COLUMNA 4 ? -2
ELEMENTO DE LA FILA 6 COLUMNA 5 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 6 COLUMNA 6 ? 5

M A T R I Z     P O T E N C I A     A(M,M)^ 5
```

89910	69097	26362	80278	115419	57601
-3343	11434	101210	-90940	47420	149821
-19881	20959	15038	-19659	6112	30340
-7038	155515	67018	-3145	-2423	-22462
79286	102994	83087	28068	68816	31796
54527	-136001	24278	-36187	65899	130240

DETERMINANTE DE UNA MATRIZ CUADRADA

introducción:

Este programa sirve para hallar el determinante de una matriz cuadrada, cualquiera que sea el orden (la limitación unicamente viene dada por la capacidad de su micro).

El procedimiento consiste en conseguir triangular la matriz, siendo los elementos de la diagonal principal Y(1),Y(2), . . . Y(N).

Por tanto el determinante de la matriz A será.

A = Y(1).Y(2). . . Y(N)

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM              D E T E R M I N A N T E     D E     U N A
40 REM
50 REM                   M A T R I Z    C U A D R A D A
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
109 REM - ENTRADA DE LA MATRIZ A -
110 PRINT "ORDEN DEL DETERMINANTE DE LA MATRIZ A(N,N),   N =";
120 INPUT N
130 DIM A(N,N),Y(N)
140 FOR F=1 TO N
150 PRINT
160 PRINT "F I L A   ";F
170 FOR C=1 TO N
180 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA";C;
190 INPUT A(F,C)
200 NEXT C
210 PRINT
220 NEXT F
229 REM - INICIO DEL CALCULO DEL DETERMINANTE -
230 FOR C=1 TO N
240 FOR F=C TO N
250 IF A(F,C)<>0 THEN GOTO 290
260 NEXT F
270 PRINT "EL DETERMINANTE ES = 0,  LA MATRIZ A(N,N) ES SINGULAR"
```

```
280 GOTO 520
290 FOR K=1 TO N
300 X=A(C,K)
310 A(C,K)=A(F,K)
320 A(F,K)=X
330 NEXT K
340 Y(C)=A(C,C)
350 Y=1/A(C,C)
360 FOR K=1 TO N
370 A(C,K)=Y*A(C,K)
380 NEXT K
390 FOR F=1 TO N
400 IF F=C GOTO 450
410 Y=-A(F,C)
420 FOR K=1 TO N
430 A(F,K)=A(F,K)+Y*A(C,K)
440 NEXT K
450 NEXT F
460 NEXT C
470 D=1
480 FOR F=1 TO N
490 D=D*Y(F)
500 NEXT F
510 PRINT "EL DETERMINANTE DE LA MATRIZ DADA ES IGUAL A ";D
520 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular el valor del siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 5 & 14 & 1 \\ 8 & 6 & 1 & 21 & 3 \\ 7 & 3 & 8 & 7 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
ORDEN DEL DETERMINANTE DE LA MATRIZ A(N,N),   N =? 5

F I L A    1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ? 0


F I L A    2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 5
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 14
ELEMENTO DE.LA FILA 2 COLUMNA 5 ? 1
```

```
F I L A    3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 21
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 5 ? 3

F I L A    4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 1 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 2 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 3 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 4 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 5 ? 1

F I L A    5
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 2 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 3 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 4 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 5 ? 4

EL DETERMINANTE DE LA MATRIZ DADA ES IGUAL A -6888
```

2. Hallar el valor del determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

SOLUCION :

```
ORDEN DEL DETERMINANTE DE LA MATRIZ A(N,N),    N =? 4

F I L A    1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 4

F I L A    2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 1

F I L A    3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 2
```

```
F I L A    4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 1 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 2 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 3 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 4 ? 3

EL DETERMINANTE DE LA MATRIZ DADA ES IGUAL A  160
```

3. Hallar el valor del determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

SOLUCION :

```
ORDEN DEL DETERMINANTE DE LA MATRIZ A(N,N),   N =? 3

F I L A    1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 3


F I L A    2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 5
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 6


F I L A    3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 9

EL DETERMINANTE ES = 0,  LA MATRIZ A(N,N) ES SINGULAR
```

MATRIZ INVERSA

introducción:

Este programa permite calcular la matriz inversa de una matriz cuadrada A. Si el determinante de la matriz A es cero, entonces el programa informa en el sentido de que la matriz es singular, es decir no tiene inversa.

La dimensión de la matriz viene limitada unicamente por la capacidad de memoria de su micro.

Los elementos de la matriz inversa obtenida, están redondeados hasta la cuarta cifra decimal, por la instrucción 610.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                C A L C U L O    D E    L A    M A T R I Z
40 REM
50 REM   I N V E R S A     D E    U N A    M A T R I Z    C U A D R A D A
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "DIMENSION DE LA MATRIZ A INVERTIR   N =";
120 INPUT N
130 PRINT
140 PRINT "M A T R I Z        A"
150 DIM A(N,N),B(N,N)
160 PRINT
170 FOR F=1 TO N
180 PRINT "F I L A  ";F
190 FOR C=1 TO N
200 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA";C;
210 INPUT A(F,C)
220 NEXT C
230 PRINT
240 NEXT F
250 PRINT
260 PRINT
270 FOR F=1 TO N
280 B(F,F)=1
290 NEXT F
```

```
300 FOR C=1 TO N
310 FOR F=C TO N
320 IF A(F,C)<>0 THEN GOTO 360
330 NEXT F
340 PRINT "MATRIZ SINGULAR: NO TIENE INVERSA"
350 GOTO 650
360 FOR K=1 TO N
370 X=A(C,K)
380 A(C,K)=A(F,K)
390 A(F,K)=X
400 XB=B(C,K)
410 B(F,K)=XB
420 NEXT K
430 Y=1/A(C,C)
440 FOR K=1 TO N
450 A(C,K)=A(C,K)*Y
460 B(C,K)=B(C,K)*Y
470 NEXT K
480 FOR P=1 TO N
490 IF P=C GOTO 550
500 Y=-A(P,C)
510 FOR K=1 TO N
520 A(P,K)=A(P,K)+A(C,K)*Y
530 B(P,K)=B(P,K)+B(C,K)*Y
540 NEXT K
550 NEXT P
560 NEXT C
570 PRINT "LA MATRIZ INVERSA DE LA MATRIZ DADA ES :"
580 PRINT
590 FOR F=1 TO N
600 FOR C=1 TO N
610 PRINT INT(B(F,C)*10000+.5)/10000;"     ";
620 NEXT C
630 PRINT
640 NEXT F
650 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar la inversa de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 123 & 354 & 765 \\ -123 & 567 & -987 \\ 234 & -456 & 259 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
DIMENSION DE LA MATRIZ A INVERTIR   N =? 3

M A T R I Z        A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 123
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 354
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 765
```

```
F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ?-123
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 567
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ?-987

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 234
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ?-456
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 259


LA MATRIZ INVERSA DE LA MATRIZ DADA ES :
```

$$\begin{bmatrix} .0018 & .0026 & .0047 \\ .0012 & .0009 & -.0002 \\ .0005 & -.0008 & -.0007 \end{bmatrix}$$

2. Hallar la matriz inversa de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2.56 & 3.67 & -1.78 & 2.54 & 2.79 \\ 3.21 & 2.51 & 7.23 & 5.32 & 4.31 \\ 9.21 & 6.67 & 8.9 & 4.98 & -2.45 \\ 2.34 & 4.31 & -2.78 & 5.67 & 4.65 \\ 3.33 & 4.98 & 2.65 & 3.61 & 2.11 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
DIMENSION DE LA MATRIZ A INVERTIR   N =? 5

M A T R I Z        A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2.56
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 3.67
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ?-1.78
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 2.54
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ? 2.79

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 3.21
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 2.51
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 7.23
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 5.32
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 5 ? 4.31

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 9.21
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 6.67
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 8.9
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 4.98
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 5 ?-2.45

F I L A   4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 1 ? 2.34
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 2 ? 4.31
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 3 ?-2.78
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 4 ? 5.67
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 5 ? 4.65
```

```
F I L A   5
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 1 ? 3.33
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 2 ? 4.98
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 3 ? 2.65
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 4 ? 3.61
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 5 ? 2.11


LA MATRIZ INVERSA DE LA MATRIZ DADA ES :
```

$$\begin{bmatrix} .6087 & .1273 & .1383 & -.1541 & -.5646 \\ -.1619 & -.1634 & -.0916 & -.0625 & .5792 \\ -.0856 & .064 & -.029 & -.0904 & .148 \\ -.5363 & -.0431 & .0741 & .4226 & -.048 \\ .4465 & .1783 & -.0924 & -.2188 & -.1057 \end{bmatrix}$$

3. Hallar la inversa de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
DIMENSION DE LA MATRIZ A INVERTIR   N =? 3

M A T R I Z        A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 3

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 5
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 6

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 9


MATRIZ SINGULAR: NO TIENE INVERSA
```

DESCOMPOSICION DE UNA MATRIZ CUADRADA EN SUMA DE DOS MATRICES UNA SIMETRICA Y OTRA HEMISIMETRICA

introducción:

Este programa permite calcular la descomposición de una matriz cuadrada A, como suma de una matriz simétrica S y una matriz hemisimétrica H . La descomposición esta basada en las siguientes igualdades.

$$S = \frac{1}{2} (A + A^t) \qquad H = \frac{1}{2} (A - A^t)$$

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM       D E S C O M P O S I C I O N    D E    U N A      M A T R I Z
40 REM
50 REM    C U A D R A D A     E N    S U M A    D E    U N A     M A T R I Z
60 REM
70 REM     S I M E T R I C A      Y     U N A     H E M I S I M E T R I C A
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO DE FILAS O DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A,   N =";
120 INPUT N
130 PRINT
140 PRINT "M A T R I Z       A"
150 DIM A(N,N),B(N,N),S(N,N),H(N,N)
159 REM - ENTRADA DE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ A -
160 PRINT
170 FOR F=1 TO N
180 PRINT "F I L A  "; F
190 FOR C=1 TO N
200 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA"; C;
210 INPUT A(F,C)
220 NEXT C
230 PRINT
240 NEXT F
250 PRINT
259 REM - CALCULO DE LA MATRIZ TRANSPUESTA DE LA MATRIZ A -
260 FOR C=1 TO N
270 FOR F=1 TO N
280 B(C,F)=A(F,C)
```

```
289 REM - SE CAMBIA EL ELEMENTO (I,J) POR EL (J,I) -
290 NEXT F
300 NEXT C
309 REM - CALCULO DE LA MATRIZ SIMETRICA S(N,N) -
310 PRINT
320 PRINT "LA MATRIZ A DADA SE DESCOMPONE EN SUMA DE UNA SIMETRICA Y UNA HEMISIM
ETRICA"
330 PRINT "DEL SIGUIENTE MODO :"
340 PRINT
350 PRINT "MATRIZ SIMETRICA :"
360 PRINT
370 FOR F=1 TO N
380 FOR C=1 TO N
390 S(F,C)=(A(F,C)+B(F,C))/2
400 PRINT S(F,C);"     ";
410 NEXT C
420 PRINT
430 NEXT F
439 REM - CALCULO DE LA MATRIZ HEMISIMETRICA H(N,N) -
440 PRINT
450 PRINT "MATRIZ HEMISIMETRICA :"
460 PRINT
470 FOR F=1 TO N
480 FOR C=1 TO N
490 H(F,C)=(A(F,C)-B(F,C))/2
500 PRINT H(F,C);"     ";
510 NEXT C
520 PRINT
530 NEXT F
540 END
```

ejercicios resueltos:

1. Descomponer la matriz A :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 7 \\ 0 & 6 & 2 & -1 \\ 4 & 6 & -4 & 2 \\ 2 & -4 & 7 & 9 \end{bmatrix}$$ en suma de dos matrices

una simétrica y otra hemisimétrica.

SOLUCION :

```
NUMERO DE FILAS O DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A,   N =? 4

M A T R I Z      A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? -1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 7

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? -1
```

```
F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? -4
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 2

F I L A   4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 2 ? -4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 3 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 4 ? 9


LA MATRIZ A DADA SE DESCOMPONE EN SUMA DE UNA SIMETRICA Y UNA HEMISIMETRICA
DEL SIGUIENTE MODO :

MATRIZ SIMETRICA :
```

$$\begin{bmatrix} 2 & -.5 & 3.5 & 4.5 \\ -.5 & 6 & 4 & -2.5 \\ 3.5 & 4 & -4 & 4.5 \\ 4.5 & -2.5 & 4.5 & 9 \end{bmatrix}$$

MATRIZ HEMISIMETRICA :

$$\begin{bmatrix} 0 & -.5 & -.5 & 2.5 \\ .5 & 0 & -2 & 1.5 \\ .5 & 2 & 0 & -2.5 \\ -2.5 & -1.5 & 2.5 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Descomponer la matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} 153 & 769 & 345 \\ 690 & 492 & 107 \\ 391 & 207 & 103 \end{bmatrix}$$ en suma de dos matrices

una simétrica y otra hemisimétrica.

SOLUCION:

```
NUMERO DE FILAS O DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A,   N =? 3

M A T R I Z      A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 153
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 769
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 345

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 690
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 492
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 107

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 391
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 207
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 103
```

LA MATRIZ A DADA SE DESCOMPONE EN SUMA DE UNA SIMETRICA Y UNA HEMISIMETRICA DEL SIGUIENTE MODO :

MATRIZ SIMETRICA :

$$\begin{bmatrix} 153 & 729.5 & 368 \\ 729.5 & 492 & 157 \\ 368 & 157 & 103 \end{bmatrix}$$

MATRIZ HEMISIMETRICA :

$$\begin{bmatrix} 0 & 39.5 & -23 \\ -39.5 & 0 & -50 \\ 23 & 50 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Descomponer la matriz A como suma de una matriz simétrica y otra hemisimétrica.

$$A = \begin{bmatrix} 1656 & 7234 & 2354 & 2113 & 4636 \\ 1231 & 6764 & 1356 & 4626 & 5847 \\ 3636 & 1453 & 8681 & 3586 & 56 \\ 4246 & 6467 & 367 & 574 & 366 \\ 367 & 3477 & 4158 & 8362 & 1567 \end{bmatrix}$$

SOLUCION :

```
NUMERO DE FILAS O DE COLUMNAS DE LA MATRIZ A,   N =? 5

M A T R I Z      A

F I L A   1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 1656
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 7234
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 2354
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 2113
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ? 4636

F I L A   2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 1231
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 6764
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 1356
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? 4626
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 5 ? 5847

F I L A   3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 3636
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 1453
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 8681
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 3586
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 5 ? 56

F I L A   4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 1 ? 4246
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 2 ? 6467
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 3 ? 367
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 4 ? 574
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 5 ? 366
```

```
F I L A   5
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 1 ? 367
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 2 ? 3477
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 3 ? 4158
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 4 ? 8362
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 5 ? 1567
```

LA MATRIZ A DADA SE DESCOMPONE EN SUMA DE UNA SIMETRICA Y UNA HEMISIMETRICA DEL SIGUIENTE MODO :

MATRIZ SIMETRICA :

$$\begin{bmatrix} 1656 & 4232.5 & 2995 & 3179.5 & 2501.5 \\ 4232.5 & 6764 & 1404.5 & 5546.5 & 4662 \\ 2995 & 1404.5 & 8681 & 1976.5 & 2107 \\ 3179.5 & 5546.5 & 1976.5 & 574 & 4364 \\ 2501.5 & 4662 & 2107 & 4364 & 1567 \end{bmatrix}$$

MATRIZ HEMISIMETRICA :

$$\begin{bmatrix} 0 & 3001.5 & -641 & -1066.5 & 2134.5 \\ -3001.5 & 0 & -48.5 & -920.5 & 1185 \\ 641 & 48.5 & 0 & 1609.5 & -2051 \\ 1066.5 & 920.5 & -1609.5 & 0 & -3998 \\ -2134.5 & -1185 & 2051 & 3998 & 0 \end{bmatrix}$$

RESOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

introducción:

Este programa permite resolver un sistema de ecuaciones lineales siempre que tenga el mismo número de ecuaciones que de incógnitas.

Si el determinante de la matriz de coeficientes es nulo, el sistema no es de Cramer y el programa informa en el sentido de que el sistema tiene infinitas soluciones. En caso contrario el programa proporciona las soluciones del sistema redondeadas por la instrucción 530.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM              R E S O L U C I O N     D E     S I S T E M A S
40 REM
50 REM         D E     E C U A C I O N E S     L I N E A L E S
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO DE ECUACIONES DEL SISTEMA  N =";
120 INPUT N
130 DIM A(N,N+1)
140 FOR F=1 TO N
150 PRINT
160 PRINT "E C U A C I O Ñ  ";F
170 FOR C=1 TO N+1
180 IF C=N+1 THEN GOTO 210
190 PRINT "COEFICIENTE  A(";F;",";C;") =";
200 GOTO 220
210 PRINT "TERMINO INDEPENDIENTE  B(";F;") =";
220 INPUT A(F,C)
230 NEXT C
240 NEXT F
250 FOR F=1 TO N
260 FOR C=F TO N
270 IF A(F,C)<>0 THEN 320
280 NEXT C
290 PRINT
300 PRINT "EL SISTEMA TIENE INFINITAS SOLUCIONES"
310 GOTO 550
```

```
320 FOR K=1 TO N+1
330 X=A(F,K)
340 A(F,K)=A(C,K)
350 A(C,K)=X
360 NEXT K
370 Y=1/A(F,F)
380 FOR K=1 TO N+1
390 A(F,K)=A(F,K)*Y
400 NEXT K
410 FOR C=1 TO N
420 IF C=F THEN 470
430 Y=-A(C,F)
440 FOR K=1 TO N+1
450 A(C,K)=A(C,K)+A(F,K)*Y
460 NEXT K
470 NEXT C
480 NEXT F
490 PRINT
500 PRINT "LA SOLUCION DEL SISTEMA ES :"
510 PRINT
520 FOR C=1 TO N
530 PRINT "X(";C;")=";INT(A(C,N+1)*10000+.5)/10000
540 NEXT C
550 END
```

ejercicios resueltos:

1. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 5x + 6y + 7z = 8 \\ 9x + 10y + 11z = 12 \end{cases}$$

SOLUCION :

```
NUMERO DE ECUACIONES DEL SISTEMA  N =? 3

E C U A C I O N   1
COEFICIENTE  A( 1 , 1 ) =? 1
COEFICIENTE  A( 1 , 2 ) =? 2
COEFICIENTE  A( 1 , 3 ) =? 3
TERMINO INDEPENDIENTE  B( 1 ) =? 4

E C U A C I O N   2
COEFICIENTE  A( 2 , 1 ) =? 5
COEFICIENTE  A( 2 , 2 ) =? 6
COEFICIENTE  A( 2 , 3 ) =? 7
TERMINO INDEPENDIENTE  B( 2 ) =? 8

E C U A C I O N   3
COEFICIENTE  A( 3 , 1 ) =? 9
COEFICIENTE  A( 3 , 2 ) =? 10
COEFICIENTE  A( 3 , 3 ) =? 11
TERMINO INDEPENDIENTE  B( 3 ) =? 12

EL SISTEMA TIENE INFINITAS SOLUCIONES
```

2. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 6z + 4t + 2u = 0 \\ 3x - 5y + 6z + 8t + u = 3 \\ 7x + 9y - 2z + 3t + 5u = 1 \\ 8y - 7z + 5t - 3u = 1 \\ 5x + 2y - 3z + 7t = 2 \end{cases}$$

SOLUCION :

```
NUMERO DE ECUACIONES DEL SISTEMA  N =? 5

E C U A C I O N   1
COEFICIENTE  A( 1 , 1 ) =? 2
COEFICIENTE  A( 1 , 2 ) =?-3
COEFICIENTE  A( 1 , 3 ) =? 6
COEFICIENTE  A( 1 , 4 ) =? 4
COEFICIENTE  A( 1 , 5 ) =? 2
TERMINO INDEPENDIENTE  B( 1 ) =? 0

E C U A C I O N   2
COEFICIENTE  A( 2 , 1 ) =? 3
COEFICIENTE  A( 2 , 2 ) =?-5
COEFICIENTE  A( 2 , 3 ) =? 6
COEFICIENTE  A( 2 , 4 ) =? 8
COEFICIENTE  A( 2 , 5 ) =? 1
TERMINO INDEPENDIENTE  B( 2 ) =? 3

E C U A C I O N   3
COEFICIENTE  A( 3 , 1 ) =? 7
COEFICIENTE  A( 3 , 2 ) =? 9
COEFICIENTE  A( 3 , 3 ) =?-2
COEFICIENTE  A( 3 , 4 ) =? 3
COEFICIENTE  A( 3 , 5 ) =? 5
TERMINO INDEPENDIENTE  B( 3 ) =? 1

E C U A C I O N   4
COEFICIENTE  A( 4 , 1 ) =? 0
COEFICIENTE  A( 4 , 2 ) =? 8
COEFICIENTE  A( 4 , 3 ) =?-7
COEFICIENTE  A( 4 , 4 ) =? 5
COEFICIENTE  A( 4 , 5 ) =?-3
TERMINO INDEPENDIENTE  B( 4 ) =? 1

E C U A C I O N   5
COEFICIENTE  A( 5 , 1 ) =? 5
COEFICIENTE  A( 5 , 2 ) =? 2
COEFICIENTE  A( 5 , 3 ) =?-3
COEFICIENTE  A( 5 , 4 ) =? 7
COEFICIENTE  A( 5 , 5 ) =? 0
TERMINO INDEPENDIENTE  B( 5 ) =? 2

LA SOLUCION DEL SISTEMA ES :

X( 1 )=-5.8818
X( 2 )=-2.4182
X( 3 )=-4.4455
X( 4 )= 3.2727
X( 5 )= 9.0455
```

3. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 22 \\ x - y + z = 2 \\ 2x + y - 3z = -5 \end{cases}$$

SOLUCION :

```
NUMERO DE ECUACIONES DEL SISTEMA  N =? 3

E C U A C I O N   1
COEFICIENTE  A( 1 , 1 ) =? 3
COEFICIENTE  A( 1 , 2 ) =? 2
COEFICIENTE  A( 1 , 3 ) =? 5
TERMINO INDEPENDIENTE  B( 1 ) =? 22

E C U A C I O N   2
COEFICIENTE  A( 2 , 1 ) =? 1
COEFICIENTE  A( 2 , 2 ) =?-1
COEFICIENTE  A( 2 , 3 ) =? 1
TERMINO INDEPENDIENTE  B( 2 ) =? 2

E C U A C I O N   3
COEFICIENTE  A( 3 , 1 ) =? 2
COEFICIENTE  A( 3 , 2 ) =? 1
COEFICIENTE  A( 3 , 3 ) =?-3
TERMINO INDEPENDIENTE  B( 3 ) =?-5

LA SOLUCION DEL SISTEMA ES :

X( 1 )= 1
X( 2 )= 2
X( 3 )= 3
```

ECUACION CARACTERISTICA DE UNA MATRIZ

introducción:

Este programa sirve para calcular los coeficientes de la ecuación característica de una matriz cuadrada A.

Se llama ecuación característica de una matriz, a la ecuación que se obtiene al desarrollar el siguiente determinante: |A - sI| e igualar a cero, siendo I la matriz unitaria de orden N.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM          C A L C U L O     D E     L O S     C O E F I C I E N T E S
40 REM
50 REM        D E    L A     E C U A C I O N     C A R A C T E R I S T I C A
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N),   N =";
120 INPUT N
130 DIM A(N,N),C(N,N),X(N),Y(N)
150 PRINT
160 FOR F=1 TO N
170 PRINT "F I L A     ";F
180 FOR C=1 TO N
190 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA";C;
200 INPUT A(F,C)
210 C(F,C)=A(F,C)
220 NEXT C
230 PRINT
240 NEXT F
250 FOR K=1 TO N-1
260 S=0
270 FOR F=1 TO N
280 S=S+C(F,F)
290 NEXT F
300 X(K)=S/K
310 FOR F=1 TO N
320 C(F,F)=C(F,F)-X(K)
330 NEXT F
340 FOR C=1 TO N
350 FOR F=1 TO N
```

```
360 Y(F)=C(F,C)
370 NEXT F
380 FOR F=1 TO N
390 C(F,C)=0
400 FOR P=1 TO N
410 C(F,C)=C(F,C)+A(F,P)*Y(P)
420 NEXT P
430 NEXT F
440 NEXT C
450 NEXT K
460 X(N)=C(N,N)
470 PRINT
480 PRINT
490 PRINT "LOS COEFICIENTES DE LA ECUACION CARACTERISTICA SON :"
500 PRINT
510 PRINT "COEFICIENTE DE X^";N;" =  1"
520 FOR K=1 TO N
530 PRINT "COEFICIENTE DE X^";N-K;" = ";-X(K)
540 NEXT K
550 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar los coeficientes de la ecuación característica de la matri:

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 & 7 & -5 \\ 6 & 9 & 0 & -1 & 5 \\ -3 & 7 & -4 & 8 & -2 \\ 8 & -1 & 0 & 9 & 2 \\ 7 & 4 & 1 & 8 & -4 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N),   N =? 5

F I L A     1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? -3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 5 ? -5

F I L A     2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 6
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 9
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ? -1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 5 ? 5

F I L A     3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? -3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? -4
```

```
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 5 ? -2

F I L A     4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 1 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 2 ? -1
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 3 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 4 ? 9
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 5 ? 2

F I L A     5
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 1 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 2 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 3 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 4 ? 8
ELEMENTO DE LA FILA 5 COLUMNA 5 ? -4


LOS COEFICIENTES DE LA ECUACION CARACTERISTICA SON :

COEFICIENTE DE X^ 5  =  1
COEFICIENTE DE X^ 4  = -12
COEFICIENTE DE X^ 3  = -53
COEFICIENTE DE X^ 2  =  119
COEFICIENTE DE X^ 1  =  5220
COEFICIENTE DE X^ 0  =  29648
```

2. Hallar los coeficientes de la ecuación característica de la matriz;

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 13 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N),   N =? 2

F I L A     1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 4

F I L A     2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 13


LOS COEFICIENTES DE LA ECUACION CARACTERISTICA SON :

COEFICIENTE DE X^ 2  =  1
COEFICIENTE DE X^ 1  = -15
COEFICIENTE DE X^ 0  =  14
```

3. Hallar los coeficientes de la ecuación característica de la matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -3 \\ -1 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N),    N =? 3

F I L A      1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? -3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? -3

F I L A      2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? -1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? -1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? -3

F I L A      3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 5
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ? 7


LOS COEFICIENTES DE LA ECUACION CARACTERISTICA SON :

COEFICIENTE DE X^ 3  =  1
COEFICIENTE DE X^ 2  = -7
COEFICIENTE DE X^ 1  =  14
COEFICIENTE DE X^ 0  = -8
```

VALORES PROPIOS DE UNA MATRIZ

introducción:

Este programa sirve para calcular, los valores propios de una matriz cuadrada, que son las raices de su ecuación característica.

Su cálculo esta basado en el algoritmo de Rutishauer, que consiste en descomponer la matriz A dada, como producto de dos matrices B y H, tales que B es una matriz triangular inferior con todos los elementos de la diagonal principal iguales a 1, y H es una matriz triangular superior.

Por un proceso iterativo se consigue transformar la matriz A en una matriz triangular superior tal que, los valores propios buscados son los elementos de la diagonal principal.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM            C A L C U L O     D E     L O S     V A L O R E S
40 REM
50 REM    P R O P I O S     D E     U N A     M A T R I Z     C U A D R A D A
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N),    N =";
120 INPUT N
130 DIM A(N,N),B(N,N),H(N,N),V(N)
140 PRINT
150 FOR F=1 TO N
160 PRINT "F I L A     ";F
170 FOR C=1 TO N
180 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA";C;
190 INPUT A(F,C)
200 NEXT C
210 PRINT
220 NEXT F
230 FOR F=1 TO N
```

```
240 V(F)=0
250 NEXT F
260 FOR M=1 TO 30
270 FOR F=1 TO N
280 B(F,F)=1
290 NEXT F
300 FOR C=1 TO N
310 H(1,C)=A(1,C)
320 NEXT C
330 FOR F=2 TO N
340 B(F,1)=A(F,1)/A(1,1)
350 NEXT F
360 FOR K=2 TO N
370 FOR C=K TO N
380 T=0
390 FOR F=1 TO K-1
400 T=T+H(F,C)*B(K,F)
410 NEXT F
420 H(K,C)=A(K,C)-T
430 NEXT C
440 IF K=N THEN GOTO 520
450 FOR F=K+1 TO N
460 R=0
470 FOR C=1 TO K-1
480 R=R+B(F,C)*H(C,K)
490 NEXT C
500 B(F,K)=(A(F,K)-R)/H(K,K)
510 NEXT F
520 NEXT K
530 FOR F=1 TO N
540 FOR C=1 TO N
550 D=0
560 FOR K=1 TO N
570 D=D+H(F,K)*B(K,C)
580 NEXT K
590 A(F,C)=D
600 NEXT C
610 NEXT F
620 Q=0
630 FOR F=1 TO N
640 IF ABS(A(F,F)-V(F))>1*E-5 THEN LF=1
650 NEXT F
660 FOR F=1 TO N
670 V(F)=A(F,F)
680 NEXT F
690 IF Q=0 THEN GOTO 720
700 PRINT "NO CONVERGE"
710 GOTO 800
720 NEXT M
730 PRINT
740 PRINT
750 PRINT "LOS VALORES PROPIOS DE LA MATRIZ SON :"
760 PRINT
770 FOR F=1 TO N
780 PRINT "V";F;" =";V(F)
790 NEXT F
800 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular los valores propios de la matriz $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 13 \end{bmatrix}$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N).    N =? 2

F I L A      1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 4

F I L A      2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 13


LOS VALORES PROPIOS DE LA MATRIZ SON :

V 1   = 14
V 2   = 1
```

2. Calcular los valores propios de la matriz $\begin{bmatrix} 23 & -4 & 16 \\ 40 & -5 & 32 \\ -20 & 4 & -13 \end{bmatrix}$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N).    N =? 3

F I L A      1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 23
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ?-4
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 16

F I L A      2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 40
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ?-5
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 32

F I L A      3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ?-20
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ?-13


LOS VALORES PROPIOS DE LA MATRIZ SON :

V 1   = 3
V 2   = 3
V 3   =-1
```

3. Calcular los valores propios de la matriz $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 7 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N),   N =? 4

F I L A     1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ?-1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 4

F I L A     2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ?-4

F I L A     3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ?-3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 5

F I L A     4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 2 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 3 ?-3
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 4 ? 4


LOS VALORES PROPIOS DE LA MATRIZ SON :

V 1  = 7.2102498
V 2  =-.22518323
V 3  =-.8049054
V 4  =-3.1801611
```

VECTORES PROPIOS DE UNA MATRIZ

introducción:

Este programa permite calcular el mayor valor propio y el vector propio asociado.

El cálculo se basa en el método de la potencia iterada.

M es un contador que proporciona el número de iteraciones y E es el nivel de error escogido.

En las lineas 480-500 se normaliza el vector.

En las lineas 420-450 se convierte la matriz C en matriz B.

En las linea 320 se inicia la iteración incrementandose en 460.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM            C A L C U L O     D E     L O S     V E C T O R E S
40 REM
50 REM    P R O P I O S     D E     U N A     M A T R I Z     C U A D R A D A
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N),   N =";
120 INPUT N
130 DIM A(N,N),B(N,N),C(N,N)
140 PRINT
150 FOR F=1 TO N
160 PRINT "F I L A     ";F
170 FOR C=1 TO N
180 PRINT "ELEMENTO DE LA FILA";F;"COLUMNA";C;
190 INPUT A(F,C)
200 NEXT C
210 PRINT
220 NEXT F
230 PRINT "INTRODUZCA EL NIVEL DE EXACTITUD DESEADO      E =";
240 INPUT E
250 PRINT "INTRODUZCA EL NUMERO MAXIMO DE ITERACCIONES   M =";
260 INPUT M1
270 REM - CALCULO DEL VALOR PROPIO -
```

```
280  FOR F=1 TO N
290 B(F,1)=1/SQR(N)
300 NEXT F
310 B=1
320 M=0
330 A=0
340 FOR F=1 TO N
350 FOR C=1 TO N
360 C(F,C)=0
370 FOR K=1 TO N
380 C(F,C)=C(F,C)+A(F,K)*B(K,C)
390 NEXT K
400 NEXT C
410 NEXT F
420 FOR F=1 TO N
430 B(F,1)=C(F,1)
440 A=A+B(F,1)*B(F,1)
450 NEXT F
460 M=M+1
470 A=SQR(A)
480 FOR F=1 TO N
490 B(F,1)=B(F,1)/A
500 NEXT F
510 IF ABS((A-B)/A)<E THEN  GOTO 550
520 B=A
530 IF M>=M1 THEN GOTO 550
540 GOTO 330
550 PRINT
560 PRINT "MAYOR VALOR PROPIO =";A
570 PRINT
580 PRINT "VECTOR PROPIO = (";
590 FOR F=1 TO N
600 PRINT B(F,1);" ";
610 NEXT F
620 PRINT ")"
630 PRINT
640 PRINT "NUMERO DE ITERACCIONES =";M
650 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular el mayor valor propio y su vector propio asociado de la matriz:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 13 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N),   N =? 2

F I L A     1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ? 4

F I L A     2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 13
```

```
INTRODUZCA EL NIVEL DE EXACTITUD DESEADO        E =? .00001
INTRODUZCA EL NUMERO MAXIMO DE ITERACCIONES     M =? 15

MAYOR VALOR PROPIO = 13.999999

VECTOR PROPIO = ( .31622783    .94868328   )

NUMERO DE ITERACCIONES = 6
```

2. Calcular el mayor valor propio y su vector propio asociado de la matriz:

$$\begin{bmatrix} 23 & -4 & 16 \\ 40 & -5 & 32 \\ -20 & 4 & -13 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N),    N =? 3

F I L A      1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 23
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ?-4
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 16

F I L A      2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 40
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ?-5
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 32

F I L A      3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ?-20
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 4
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ?-13

INTRODUZCA EL NIVEL DE EXACTITUD DESEADO        E =? 1E-07
INTRODUZCA EL NUMERO MAXIMO DE ITERACCIONES     M =? 20

MAYOR VALOR PROPIO = 3

VECTOR PROPIO = ( .43967877    .83050435   -.34197238   )

NUMERO DE ITERACCIONES = 18
```

3. Calcular el mayor valor propio y su vector asociado de la matriz:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 7 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE FILAS O COLUMNAS DE LA MATRIZ A(N,N),   N =? 4

F I L A     1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 2 ?-1
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 3 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 1 COLUMNA 4 ? 4

F I L A     2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 1 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 2 ? 0
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 3 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 2 COLUMNA 4 ?-4

F I L A     3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 1 ? 3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 2 ? 1
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 3 ?-3
ELEMENTO DE LA FILA 3 COLUMNA 4 ? 5

F I L A     4
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 1 ? 2
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 2 ? 7
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 3 ?-3
ELEMENTO DE LA FILA 4 COLUMNA 4 ? 4

INTRODUZCA EL NIVEL DE EXACTITUD DESEADO      E =? 1E-07
INTRODUZCA EL NUMERO MAXIMO DE ITERACCIONES   M =? 30

MAYOR VALOR PROPIO = 7.7107636

VECTOR PROPIO = ( .46028256  -.06373272   .47199136   .74920108  )

NUMERO DE ITERACCIONES = 30
```

PROGRAMAS DE GEOMETRIA

AREAS DE TRIANGULOS Y CUADRILATEROS

introducción:

Este sencillo programa sirve para calcular las áreas elementales de triángulos, cuadrados , rectángulos, rombos y trapecios, conocidas sus bases y alturas, o bien sus diagonales en el caso del rombo, o las bases y la altura en el caso del trapecio.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    A R E A S     E L E M E N T A L E S
40 REM
50 REM      D E     T R I A N G U L O S     Y     C U A D R I L A T E R O S
60 REM
70 REM ***********************************************************************
80
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA CALCULA AREAS DE TRIANGULOS Y CUADRILATEROS"
120 PRINT
130 PRINT "1.- AREA DEL TRIANGULO"
140 PRINT "2.- AREA DEL CUADRADO"
150 PRINT "3.- AREA DEL RECTANGULO"
160 PRINT "4.- AREA DEL ROMBO"
170 PRINT "5.- AREA DEL TRAPECIO"
180 PRINT
190 PRINT "SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
200 INPUT R
210 ON R GOTO 220,280,320,380,440
219 REM - BORRAR PANTALLA -
220 PRINT "INTRODUZCA LA ALTURA DEL TRIANGULO H =";
230 INPUT H
240 PRINT "INTRODUZCA LA BASE DEL TRIANGULO   B =";
250 INPUT B
260 S=H*B/2
270 GOTO 510
280 PRINT "INTRODUZCA EL LADO DEL CUADRADO  L =";
290 INPUT L
300 S=L*L
310 GOTO 510
320 PRINT "INTRODUZCA LA BASE DEL RECTANGULO   B =";
330 INPUT B
```

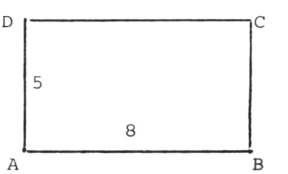
```
340 PRINT "INTRODUZCA LA ALTURA DEL RECTANGULO H =";
350 INPUT H
360 S=B*H
370 GOTO 510
380 PRINT "INTRODUZCA UNA DE LAS DIAGONALES  D1 =";
390 INPUT D1
400 PRINT "INTRODUZCA OTRA DE LAS DIAGONALES D2 =";
410 INPUT D2
420 S=D1*D2/2
430 GOTO 510
440 PRINT "INTRODUZCA UNA BASE DEL TRAPECIO   B1 =";
450 INPUT B1
460 PRINT "INTRODUZCA OTRA BASE DEL TRAPECIO  B2 =";
470 INPUT B2
480 PRINT "INTRODUZCA LA ALTURA DEL TRAPECIO   H =";
490 INPUT H
500 S=(B1+B2)*H/2
509 REM - SALIDA DE RESULTADOS -
510 PRINT
520 PRINT "EL AREA PEDIDA ES =";S;"UNIDADES CUADRADAS"
530 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el área de un rectángulo que tiene 8 m de base y 5 m de altura.

S O L U C I O N :

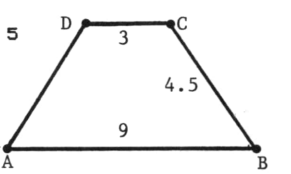
```
ESTE PROGRAMA CALCULA AREAS DE TRIANGULOS Y CUADRILATEROS

1.- AREA DEL TRIANGULO
2.- AREA DEL CUADRADO
3.- AREA DEL RECTANGULO
4.- AREA DEL ROMBO
5.- AREA DEL TRAPECIO

SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 3
INTRODUZCA LA BASE DEL RECTANGULO   B =? 8
INTRODUZCA LA ALTURA DEL RECTANGULO H =? 5

EL AREA PEDIDA ES = 40 UNIDADES CUADRADAS
```



2. Hallar el área de un trapecio de bases 3 y 9 dm. y 4.5 dm de altura.

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 5
INTRODUZCA UNA BASE DEL TRAPECIO   B1 =? 3
INTRODUZCA OTRA BASE DEL TRAPECIO  B2 =? 9
INTRODUZCA LA ALTURA DEL TRAPECIO   H =? 4.5

EL AREA PEDIDA ES = 27 UNIDADES CUADRADAS
```



LONGITUDES Y AREAS EN LA CIRCUNFERENCIA

introducción:

Este programa permite calcular las siguientes longitudes y áreas.

1.- Longitud de una circunferencia
2.- Longitud de un arco de circunferencia
3.- Area del círculo
4.- Area del sector circular
5.- Area del segmento circular
6.- Area de la corona circular
7.- Area del trapecio circular

Para el caso del sector, segmento y trapecio circular el ángulo se introduce en radianes, si se quisiera introducir en grados, minutos y segundos se pasarían estas unidades a radianes. (Ver programa titulado, conversión de ángulos).

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM            L O N G I T U D E S     Y     A R E A S     E N
40 REM
50 REM        C I R C U N F E R E N C I A S     Y     C I R C U L O S
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA CALCULA LAS SIGUIENTES LONGITUDES Y AREAS :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA"
140 PRINT "2.- LONGITUD DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA"
150 PRINT "3.- AREA DEL CIRCULO"
160 PRINT "4.- AREA DEL SECTOR CIRCULAR"
170 PRINT "5.- AREA DEL SEGMENTO CIRCULAR"
180 PRINT "6.- AREA DE LA CORONA CIRCULAR"
190 PRINT "7.- AREA DEL TRAPECIO CIRCULAR"
200 PRINT:PRINT
210 PRINT "SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
220 INPUT C
```

```
229 REM - BORRAR PANTALLA -
230 PRINT
240 PRINT "INTRODUZCA EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA  R =";
250 INPUT R
260 PI=3.141592654
270 U$="UNIDADES CUADRADAS" :UL$="UNIDADES LINEALES"
280 PRINT
290 ON C GOTO  300,330,390,420,480,540,600
300 L=2*PI*R
310 PRINT "LA LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA ES = ";L;UL$
320 GOTO 200
330 PRINT "INTRODUZCA LA MEDIDA DEL ANGULO EN RADIANES   A =";
340 INPUT  A
350 PRINT
360 L=A*R
370 PRINT "LA LONGITUD DE UN ARCO DE";A;"RADIANES ES =";L;UL$
380 GOTO 200
390 S=PI*R*R
400 PRINT "EL AREA DEL CIRCULO DE RADIO";R;"ES =";S;U$
410 GOTO200
420 PRINT "INTRODUZCA LA MEDIDA DEL ANGULO EN RADIANES   A =";
430 INPUT  A
440 PRINT
450 S=A*R*R/2
460 PRINT "EL AREA DEL SECTOR CIRCULAR DE";A;"RADIANES ES =";S;U$
470 GOTO 200
480 PRINT "INTRODUZCA LA MEDIDA DEL ANGULO EN RADIANES   A =";
490 INPUT  A
500 S=R*R*(A-SIN(A))/2
510 PRINT
520 PRINT "EL AREA DEL SEGMENTO CIRCULAR DE";A;"RADIANES ES =";S;U$
530 GOTO 200
540 PRINT "INTRODUZCA EL RADIO MENOR DE LA CORONA CIRCULAR  R2 =";
550 INPUT R2
560 S=PI*(R*R-R2*R2)
570 PRINT
580 PRINT "EL AREA DE LA CORONA CIRCULAR  ES =";S;U$
590 GOTO 200
600 PRINT "INTRODUZCA EL RADIO MENOR DEL TRAPECIO CIRCULAR  R2 =";
610 INPUT R2
620 PRINT
630 PRINT "INTRODUZCA LA MEDIDA DEL ANGULO EN RADIANES  A =";
640 INPUT A
650 S=A*(R*R-R2*R2)/2
660 PRINT
670 PRINT "EL AREA DEL TRAPECIO CIRCULAR ES =";S;U$
680 GOTO 200
690 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular la medida del arco de circunferencia que tiene un radio de 12 m. y un ángulo de π radianes.

S O L U C I O N :

```
ESTE PROGRAMA CALCULA LAS SIGUIENTES LONGITUDES Y AREAS :

1.- LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA
2.- LONGITUD DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA
3.- AREA DEL CIRCULO
4.- AREA DEL SECTOR CIRCULAR
```

```
5.- AREA DEL SEGMENTO CIRCULAR
6.- AREA DE LA CORONA CIRCULAR
7.- AREA DEL TRAPECIO CIRCULAR

SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 2

INTRODUZCA EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA  R =? 12

INTRODUZCA LA MEDIDA DEL ANGULO EN RADIANES   A =? 3.14159

LA LONGITUD DE UN ARCO DE 3.14159 RADIANES ES = 37.69908 UNIDADES LINEALES
```

2. Hallar el área de un sector circular de radio 7.5 cms y que abarca un ángulo de 1 radian.

SOLUCION :

```
INTRODUZCA EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA  R =? 7.5

INTRODUZCA LA MEDIDA DEL ANGULO EN RADIANES   A =? 1

EL AREA DEL SECTOR CIRCULAR DE 1 RADIANES ES = 28.125 UNIDADES CUADRADAS
```

3. Hallar el área de una corona circular cuyo radio mayor mide 6 m. y el radio menor 2.5 m.

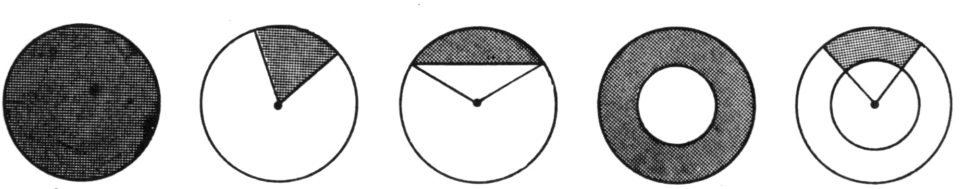
SOLUCION :

```
SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 6

INTRODUZCA EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA  R =? 6

INTRODUZCA EL RADIO MENOR DE LA CORONA CIRCULAR  R2 =? 2.5

EL AREA DE LA CORONA CIRCULAR  ES = 93.462381 UNIDADES CUADRADAS
```

4. Hallar el área de un trapecio circular de radio 7 y 5 metros y de 1 radian de amplitud.

SOLUCION :

```
SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 7

INTRODUZCA EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA  R =? 7

INTRODUZCA EL RADIO MENOR DE LA TRAPECIO CIRCULAR  R2 =? 5

INTRODUZCA LA MEDIDA DEL ANGULO EN RADIANES  A =? 1

EL AREA DEL TRAPECIO CIRCULAR ES = 12 UNIDADES CUADRADAS
```



círculo sector circ. segmento circ. corona circul. trapecio circ.

RELACIONES METRICAS EN EL TRIANGULO

introducción:

Este interesante programa permite calcular las mas importantes relaciones métricas en un triángulo.

A partir de los lados del triángulo, el programa nos permite obtener las tres alturas, las tres medianas,las tres bisectrices interiores, las tres bisectrices exteriores, el radio de las circunferencias inscritas, circunscritas, exinscritas y el área del triángulo.

En caso de que, por error, las longitudes de los lados no formen un triángulo, el programa imprime un mensaje en este sentido.

Si se desea se pueden añadir instrucciones para redondear los resultados.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM                    R E L A C I O N E S     M E T R I C A S
40 REM
50 REM                        E N    E L    T R I A N G U L O
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "INTRODUZCA LOS LADOS DEL TRIANGULO"
120 PRINT
130 PRINT "LADO   a =";
140 INPUT A
150 PRINT "LADO   b =";
160 INPUT B
170 PRINT "LADO   c =";
180 INPUT C
190 PRINT
200 PRINT
210 P=(A+B+C)/2
220 D=P*(P-A)*(P-B)*(P-C)
230 IF D<=0 THEN GOTO 860
240 S=SQR(D)
249 REM - CALCULO DE LAS ALTURAS -
250 HA=2*S/A
```

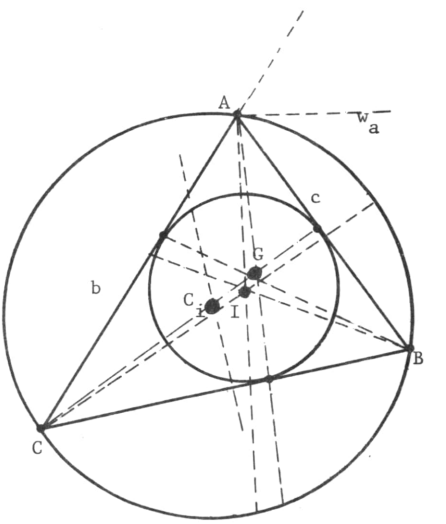
```
260 HB=2*S/B
270 HC=2*S/C
280 PRINT "ALTURAS DEL TRIANGULO"
290 PRINT
300 PRINT "CORRESPONDIENTE AL LADO a,   Ha =";HA
310 PRINT "CORRESPONDIENTE AL LADO b,   Hb =";HB
320 PRINT "CORRESPONDIENTE AL LADO c,   Hc =";HC
330 PRINT
340 PRINT
349 REM - CALCULO DE LAS MEDIANAS -
350 MA=SQR((B^2+C^2)/2 -(A^2)/4)
360 MB=SQR((A^2+C^2)/2 -(B^2)/4)
370 MC=SQR((A^2+B^2)/2 -(C^2)/4)
380 PRINT "MEDIANAS DEL TRIANGULO"
390 PRINT
400 PRINT "CORRESPONDIENTE AL LADO a,   Ma =";MA
410 PRINT "CORRESPONDIENTE AL LADO b,   Mb =";MB
420 PRINT "CORRESPONDIENTE AL LADO c,   Mc =";MC
430 PRINT
440 PRINT
449 REM - CALCULO DE LAS BISECTRICES INTERIORES -
450 VA=SQR(B*C*P*(P-A))*2/(B+C)
460 VB=SQR(A*C*P*(P-B))*2/(A+C)
470 VC=SQR(A*B*P*(P-C))*2/(A+B)
480 PRINT "BISECTRICES INTERIORES DEL TRIANGULO"
490 PRINT
500 PRINT "BISECTRIZ INTERIOR DEL ANGULO A,  Va =";VA
510 PRINT "BISECTRIZ INTERIOR DEL ANGULO B,  Vb =";VB
520 PRINT "BISECTRIZ INTERIOR DEL ANGULO C,  Vc =";VC
530 PRINT
540 PRINT
550 IF A=B AND B=C THEN GOTO 650
559 REM - CALCULO DE LAS BISECTRICES EXTERIORES -
560 WA=SQR(B*C*(P-B)*(P-C))*2/(C-B)
570 WB=SQR(A*C*(P-A)*(P-C))*2/(C-A)
580 WC=SQR(A*B*(P-A)*(P-B))*2/(A-B)
590 PRINT "BISECTRICES EXTERIORES DEL TRIANGULO"
600 PRINT
610 PRINT "BISECTRIZ EXTERIOR DEL ANGULO A,  Wa =";WA
620 PRINT "BISECTRIZ EXTERIOR DEL ANGULO B,  Wb =";WB
630 PRINT "BISECTRIZ EXTERIOR DEL ANGULO C,  Wc =";WC
640 GOTO 660
650 PRINT "TRIANGULO EQUILATERO: LAS BISECTRICES EXTERIORES SON INFINITAS"
660 PRINT
670 PRINT
679 REM - CALCULO DEL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA INSCRITA -
680 RI=S/P
690 PRINT "EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA INSCRITA ES     Ri =";RI
700 PRINT
710 PRINT
719 REM - CALCULO DEL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA CIRCUNSCRITA -
720 RC=A*B*C/(4*S)
730 PRINT "EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA CIRCUNSCRITA ES Rc =";RC
740 PRINT
750 PRINT
759 REM - CALCULO DE LOS RADIOS DE LAS CIRCUNFERENCIAS EXINSCRITAS -
760 EA=SQR(P*(P-B)*(P-C)/(P-A))
770 EB=SQR(P*(P-A)*(P-C)/(P-B))
780 EC=SQR(P*(P-A)*(P-B)/(P-C))
790 PRINT "EL RADIO DE LA CIRC. EXINSCRITA CORRESP. AL LADO a ES  Ea =";EA
800 PRINT "EL RADIO DE LA CIRC. EXINSCRITA CORRESP. AL LADO b ES  Eb =";EB
810 PRINT "EL RADIO DE LA CIRC. EXINSCRITA CORRESP. AL LADO c ES  Ec =";EC
820 PRINT
```

```
830 PRINT
840 PRINT "EL AREA DEL TRIANGULO ES  S =";S; "UNIDADES CUADRADAS"
850 GOTO 870
860 PRINT "LOS LADOS INTRODUCIDOS NO DETERMINAN UN TRIANGULO"
870 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dado un triángulo de lados a = 7; b = 8; c = 9 metros. Hallar, las alturas, las medianas, las bisectrices interiores, las bisectrices exteriores, el radio de la circunferencia circunscrita,el radio de la circunferencia inscrita, los radios de las circunferencias exinscritas, el área del triángulo.

S O L U C I O N :




```
INTRODUZCA LOS LADOS DEL TRIANGULO

LADO    a =? 7
LADO    b =? 8
LADO    c =? 9


ALTURAS DEL TRIANGULO

CORRESPONDIENTE AL LADO a,    Ha = 7.6665188
CORRESPONDIENTE AL LADO b,    Hb = 6.7082039
CORRESPONDIENTE AL LADO c,    Hc = 5.9628479


MEDIANAS DEL TRIANGULO

CORRESPONDIENTE AL LADO a,    Ma = 7.7620873
CORRESPONDIENTE AL LADO b,    Mb = 7
CORRESPONDIENTE AL LADO c,    Mc = 6.0207973


BISECTRICES INTERIORES DEL TRIANGULO

BISECTRIZ INTERIOR DEL ANGULO A,  Va = 7.7325538
BISECTRIZ INTERIOR DEL ANGULO B,  Vb = 6.8738635
BISECTRIZ INTERIOR DEL ANGULO C,  Vc = 5.9866518


BISECTRICES EXTERIORES DEL TRIANGULO

BISECTRIZ EXTERIOR DEL ANGULO A,  Wa = 58.787754
BISECTRIZ EXTERIOR DEL ANGULO B,  Wb = 30.740852
BISECTRIZ EXTERIOR DEL ANGULO C,  Wc =-66.932802


EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA INSCRITA ES      Ri = 2.236068


EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA CIRCUNSCRITA ES Rc = 4.6957428


EL RADIO DE LA CIRC. EXINSCRITA CORRESP. AL LADO a ES  Ea = 5.3665631
EL RADIO DE LA CIRC. EXINSCRITA CORRESP. AL LADO b ES  Eb = 6.7082039
EL RADIO DE LA CIRC. EXINSCRITA CORRESP. AL LADO c ES  Ec = 8.9442719
```

```
EL AREA DEL TRIANGULO ES  S = 26.832816 UNIDADES CUADRADAS
```

2. Dado un triángulo de lados a = 65 cms, b = 43 cms y c = 28 cms. Hallar las alturas, las medianas, las bisectrices interiores, las bisectrices exteriores, el radio de la circunferencia circunscrita, el radio de la circunferencia inscrita, los radios de las circunferencias exinscritas y el área del triángulo.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LOS LADOS DEL TRIANGULO

LADO    a =? 65
LADO    b =? 43
LADO    c =? 28


ALTURAS DEL TRIANGULO

CORRESPONDIENTE AL LADO a,    Ha = 13.897341
CORRESPONDIENTE AL LADO b,    Hb = 21.007609
CORRESPONDIENTE AL LADO c,    Hc = 32.261685


MEDIANAS DEL TRIANGULO

CORRESPONDIENTE AL LADO a,    Ma = 16.132266
CORRESPONDIENTE AL LADO b,    Mb = 45.19126
CORRESPONDIENTE AL LADO c,    Mc = 53.301032


BISECTRICES INTERIORES DEL TRIANGULO

BISECTRIZ INTERIOR DEL ANGULO A,  Va = 13.960468
BISECTRIZ INTERIOR DEL ANGULO B,  Vb = 37.827462
BISECTRIZ INTERIOR DEL ANGULO C,  Vc = 51.060093


BISECTRICES EXTERIORES DEL TRIANGULO

BISECTRIZ EXTERIOR DEL ANGULO A,  Wa =-146.30258
BISECTRIZ EXTERIOR DEL ANGULO B,  Wb =-25.261236
BISECTRIZ EXTERIOR DEL ANGULO C,  Wc = 41.622566


EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA INSCRITA ES      Ri = 6.6421116


EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA CIRCUNSCRITA ES Rc = 43.317638


EL RADIO DE LA CIRC. EXINSCRITA CORRESP. AL LADO a ES  Ea = 150.55453
EL RADIO DE LA CIRC. EXINSCRITA CORRESP. AL LADO b ES  Eb = 18.066544
EL RADIO DE LA CIRC. EXINSCRITA CORRESP. AL LADO c ES  Ec = 11.29159


EL AREA DEL TRIANGULO ES  S = 451.66359 UNIDADES CUADRADAS
```

POLIGONOS REGULARES: ANGULOS Y DIAGONALES

introducción:

Este programa permite calcular el valor en grados, minutos y segundos de cada ángulo interior y exterior de un polígono regular de n lados, así como la suma de los ángulos interiores y exteriores. También se obtiene el número de diagonales del polígono.

Para la ejecución del programa unicamente es necesario introducir el número de lados del polígono regular.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM                    P O L I G O N O S   R E G U L A R E S
40 REM
50 REM     A N G U L O S   I N T E R I O R E S   Y   E X T E R I O R E S
60 REM
70 REM                  N U M E R O   D E   D I A G O N A L E S
80 REM
90 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "INTRODUZCA EL NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO REGULAR   N =";
120 INPUT N
130 PRINT
140 PRINT
150 PRINT "PARA EL POLIGONO DE ";N;"LADOS, SE TIENE QUE :"
160 PRINT
170 PRINT "LA SUMA DE LOS ANGULOS INTERIORES ES =";180*(N-2);"GRADOS"
180 AI=2*(N-2)*90/N
190 Z=AI
200 GOSUB 349
210 PRINT
220 PRINT "CADA ANGULO INTERIOR MIDE";G;"GRADOS";M;"MINUTOS";SS;"SEGUNDOS"
230 PRINT
240 PRINT "LA SUMA DE LOS ANGULOS EXTERIORES ES = 360  GRADOS"
250 PRINT
260 AE=360/N
270 Z=AE
280 GOSUB 349
290 PRINT "CADA ANGULO EXTERIOR MIDE";G;"GRADOS";M;"MINUTOS";SS;"SEGUNDOS"
```

```
300 PRINT
310 D=N*(N-3)/2
320 PRINT "EL POLIGONO REGULAR DADO TIENE ";D;"DIAGONALES"
340 PRINT
349 REM - SUBRUTINA PARA PASAR A GRADOS MINUTOS Y SEGUNDOS -
350 G=INT(Z)
360 M=INT((Z-G)*60)
370 SS=INT(((Z-G)*60-M)*60)
380 RETURN
390 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar la suma de los ángulos interiores y exteriores, el valor de cada ángulo interior y exterior y el número de diagonales de un polígono regular de 15 lados.

SOLUCION :

```
INTRODUZCA EL NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO REGULAR   N =? 15

PARA EL POLIGONO DE  15 LADOS, SE TIENE QUE :

LA SUMA DE LOS ANGULOS INTERIORES ES = 2340 GRADOS

CADA ANGULO INTERIOR MIDE 156 GRADOS 0 MINUTOS 0 SEGUNDOS

LA SUMA DE LOS ANGULOS EXTERIORES ES = 360  GRADOS

CADA ANGULO EXTERIOR MIDE 24 GRADOS 0 MINUTOS 0 SEGUNDOS

EL POLIGONO REGULAR DADO TIENE  90 DIAGONALES
```

2. Hallar la suma de los ángulos interiores y exteriores, el valor de cada ángulo interior y exterior y el número de diagonales de un polígono regular de 7 lados.

SOLUCION:

```
INTRODUZCA EL NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO REGULAR   N =? 7

PARA EL POLIGONO DE  7 LADOS, SE TIENE QUE :

LA SUMA DE LOS ANGULOS INTERIORES ES = 900 GRADOS

CADA ANGULO INTERIOR MIDE 128 GRADOS 34 MINUTOS 17 SEGUNDOS

LA SUMA DE LOS ANGULOS EXTERIORES ES = 360  GRADOS

CADA ANGULO EXTERIOR MIDE 51 GRADOS 25 MINUTOS 42 SEGUNDOS

EL POLIGONO REGULAR DADO TIENE  14 DIAGONALES
```

POLIGONOS REGULARES: AREA EN FUNCION DEL LADO

introducción:

Este breve programa permite calcular el área de un polígono regular convexo, en función de su lado.

Para su ejecución es necesario saber de que polígono regular convexo se trata (número de lados) así como el valor del lado.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM        A R E A S    D E    P O L I G O N O S    R E G U L A R E S
40 REM
50 REM       C O N V E X O S    E N    F U N C I O N    D E L    L A D O
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "INTRODUZCA EL NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO N =";
120 INPUT N
130 IF N<3 THEN GOTO 310
140 PRINT
150 PRINT "INTRODUZCA EL VALOR DEL LADO DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO  L =";
160 INPUT L
170 PRINT
180 PRINT
190 PI= 3.141592654
200 U$="UNIDADES CUADRADAS"
210 S=N*L*L/(4*TAN(PI/N))
220 PRINT "EL AREA DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO DE";N;"LADOS (L=";L;") ES=";S;U$
230 PRINT
240 PRINT
250 PRINT
260 PRINT "DESEA CALCULAR EL AREA DE OTRO POLIGONO (S/N)";
270 INPUT C$
280 IF C$="N" THEN GOTO 320
290 PRINT
300 GOTO 100
310 PRINT "IMPOSIBLE, NO HAY NINGUN POLIGONO REGULAR DE";N;"LADOS"
320 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el área de un polígono regular convexo de 12 lados, sabiendo que el lado mide 5 unidades.

SOLUCION :

```
INTRODUZCA EL NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO N =? 12

INTRODUZCA EL VALOR DEL LADO DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO  L =? 5

EL AREA DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO DE 12 LADOS (L= 5 ) ES= 279.90381 UNIDADES
CUADRADAS
```

2. Hallar el área de un polígono regular convexo de 20 lados, sabiendo que el lado mide 7 unidades.

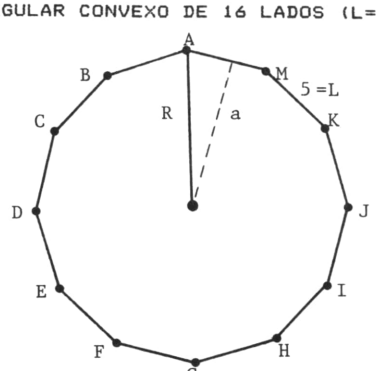
SOLUCION:

```
INTRODUZCA EL NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO N =? 20

INTRODUZCA EL VALOR DEL LADO DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO  L =? 7

EL AREA DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO DE 20 LADOS (L= 7 ) ES= 1546.8691 UNIDADES
CUADRADAS
```

3. Calcular el área de un polígono regular convexo de 16 lados sabiendo que el lado mide 4 unidades.

SOLUCION :

```
INTRODUZCA EL NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO N =? 16

INTRODUZCA EL VALOR DEL LADO DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO  L =? 4

EL AREA DEL POLIGONO REGULAR CONVEXO DE 16 LADOS (L= 4 ) ES= 321.74973 UNIDADES
CUADRADAS
```



POLIGONOS REGULARES: AREA EN FUNCION DEL R. CIRCUNSCRITA

introducción:

Este programa permite calcular el área de los polígonos regulares convexos siguientes: triángulo equilátero, cuadrado, pentágono, exágono octógono y decágono en función del radio de la circunferencia circunscrita al polígono.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM        A R E A S    D E    P O L I G O N O S    R E G U L A R E S
40 REM
50 REM            E N     F U N C I O N    D E L    R A D I O    D E
60 REM
70 REM       L A     C I R C U N F E R E N C I A     C I R C U N S C R I T A
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA CALCULA EL AREA DE LOS SIGUIENTES POLIGONOS REGULARES"
120 PRINT "EN FUNCION DEL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA CIRCUNSCRITA"
130 PRINT
140 PRINT "1.-  AREA DEL TRIANGULO EQUILATERO"
150 PRINT "2.-  AREA DEL CUADRADO"
160 PRINT "3.-  AREA DEL PENTAGONO REGULAR"
170 PRINT "4.-  AREA DEL EXAGONO REGULAR"
180 PRINT "5.-  AREA DEL OCTOGONO REGULAR"
190 PRINT "6.-  AREA DEL DECAGONO REGULAR"
200 PRINT
210 PRINT
220 PRINT "INTRODUZCA EL NUMERO QUE PRECEDE DEL AREA QUE DESEA HALLAR";
230 INPUT C
240 PRINT
250 PRINT "INTRODUZCA EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA CIRCUNSCRITA  R =";
260 INPUT R
270 ON C GOTO  280,300,320,340,360,380
280 A=5.1961524*(R^2)/4
290 GOTO 400
300 A=2*R^2
310 GOTO 400
320 A=SQR(10-2*SQR(5))*(SQR(5)+1)*5*(R^2)/16
```

```
330 GOTO 400
340 A=5.1961524*(R^2)/2
350 GOTO 400
360 A=2.828427125*R^2
370 GOTO 400
380 A=5*(SQR(5)-1)*SQR(10+2*SQR(5))*(R^2)/8
390 GOTO 400
400 PRINT
410 PRINT
420 PRINT "EL AREA PEDIDA ES ";A;"UNIDADES CUADRADAS"
430 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el área de un pentágono regular, cuyo radio de la circunferencia circunscrita mide 12 metros.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA CIRCUNSCRITA  R =? 12

EL AREA PEDIDA ES  342.38035 UNIDADES CUADRADAS
```

2. Hallar el área de un octógono regular, cuyo radio de la circunferencia circunscrita mide 7.28 metros.

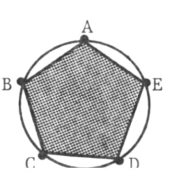
S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA EL NUMERO QUE PRECEDE DEL AREA QUE DESEA HALLAR? 5

INTRODUZCA EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA CIRCUNSCRITA  R =? 7.28

EL AREA PEDIDA ES  149.90211 UNIDADES CUADRADAS
```

3. Hallar el área de un decágono regular, cuyo radio de la circunferencia circunscrita mide 15.84 metros.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA CIRCUNSCRITA  R =? 15.84

EL AREA PEDIDA ES  737.39306 UNIDADES CUADRADAS
```



AREAS Y VOLUMENES DE LOS POLIEDROS REGULARES

introducción:

Este programa sirve para estudiar los poliedros regulares convexos.

Para su ejecución es preciso introducir el valor de la arista y el programa proporciona el número de caras, vértices y aristas del poliedro (teorema de Euler) así como el área y volúmen de dicho poliedro.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM                    A R E A S      Y      V O L U M E N E S
40 REM
50 REM                                 D E      L O S
60 REM
70 REM                    P O L I E D R O S     R E G U L A R E S
80 REM
90 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "LOS POLIEDROS REGULARES CONVEXOS SON :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- TETRAEDRO"
140 PRINT "2.- CUBO O EXAEDRO"
150 PRINT "3.- OCTAEDRO"
160 PRINT "4.- DODECAEDRO"
170 PRINT "5.- ICOSADRO"
180 PRINT
190 PRINT "ESCRIBA EL NUMERO QUE PRECEDE AL POLIEDRO QUE QUIERA ESTUDIAR";
200 INPUT R
210 REM - BORRAR PANTALLA -
220 PRINT
230 PRINT "INTRODUZCA EL VALOR DE LA ARISTA  L =";
240 INPUT L
250 PRINT
260 ON R GOTO  270,330,390,450,510
270 PRINT "EL TETRAEDRO REGULAR TIENE :"
280 PRINT
290 PRINT "4 CARAS (TRIANGULOS EQUILATEROS), 4 VERTICES  Y 6 ARISTAS"
300 S=SQR(3)*(L^2)
310 V=SQR(2)*(L^3)/12
```

```
320 GOTO 569
330 PRINT "EL EXAEDRO O CUBO REGULAR TIENE :"
340 PRINT
350 PRINT "6 CARAS (CUADRADOS), 8 VERTICES  Y  12  ARISTAS"
360 S=6*(L^2)
370 V=L^3
380 GOTO 569
390 PRINT "EL OCTAEDRO REGULAR TIENE :"
400 PRINT
410 PRINT "8 CARAS (TRIANGULOS EQUILATEROS), 6 VERTICES  Y 12  ARISTAS"
420 S=2*SQR(3)*(L^2)
430 V=SQR(2)*(L^3)/3
440 GOTO 569
450 PRINT "EL DODECAEDRO REGULAR TIENE :"
460 PRINT
470 PRINT "12 CARAS (PENTAGONOS REGULARES), 20 VERTICES  Y 30  ARISTAS"
480 S=3*SQR(25+10*SQR(5))*(L^2)
490 V=5*SQR(47+21*SQR(5))*(L^3)/(2*SQR(10))
500 GOTO 569
510 PRINT "EL ICOSAEDRO REGULAR TIENE :"
520 PRINT
530 PRINT "20 CARAS (TRIANGULOS EQUILATEROS), 12 VERTICES  Y 30  ARISTAS"
540 S=5*SQR(3)*(L^2)
550 V=5*(3+SQR(5))*(L^3)/12
560 GOTO 569
569 REM - SALIDA DE RESULTADOS
570 PRINT
580 PRINT "EL AREA DEL POLIEDRO ES    =";S;"UNIDADES CUADRADAS"
590 PRINT
600 PRINT "EL VOLUMEN DEL POLIEDRO ES =";V;"UNIDADES CUBICAS"
610 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el área y el volúmen de un tetraedro cuya arista mide 5.7m.

S O L U C I O N :

```
LOS POLIEDROS REGULARES CONVEXOS SON :

1.- TETRAEDRO
2.- CUBO O EXAEDRO
3.- OCTAEDRO
4.- DODECAEDRO
5.- ICOSADRO

ESCRIBA EL NUMERO QUE PRECEDE AL POLIEDRO QUE QUIERA ESTUDIAR? 1

INTRODUZCA EL VALOR DE LA ARISTA  L =? 5.7

EL TETRAEDRO REGULAR TIENE :

4 CARAS (TRIANGULOS EQUILATEROS), 4 VERTICES  Y 6 ARISTAS

EL AREA DEL POLIEDRO ES    = 56.274331 UNIDADES CUADRADAS

EL VOLUMEN DEL POLIEDRO ES = 21.825204 UNIDADES CUBICAS
```

2. Hallar el área y el volúmen de un icosaedro cuya arista mide 3.4m.

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL NUMERO QUE PRECEDE AL POLIEDRO QUE QUIERA ESTUDIAR? 5

INTRODUZCA EL VALOR DE LA ARISTA  L =? 3.4

EL ICOSAEDRO REGULAR TIENE :

20 CARAS (TRIANGULOS EQUILATEROS), 12 VERTICES  Y 30  ARISTAS

EL AREA DEL POLIEDRO ES     = 100.11254 UNIDADES CUADRADAS

EL VOLUMEN DEL POLIEDRO ES = 85.74934 UNIDADES CUBICAS
```

3. Hallar el área y el volúmen de un dodecaedro cuya arista mide 5m.

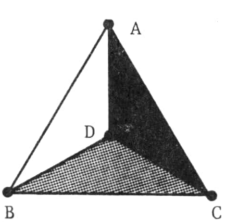
S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL NUMERO QUE PRECEDE AL POLIEDRO QUE QUIERA ESTUDIAR? 4

INTRODUZCA EL VALOR DE LA ARISTA  L =? 5

EL DODECAEDRO REGULAR TIENE :

12 CARAS (PENTAGONOS REGULARES), 20 VERTICES  Y 30  ARISTAS

EL AREA DEL POLIEDRO ES     = 516.14322 UNIDADES CUADRADAS

EL VOLUMEN DEL POLIEDRO ES = 957.88987 UNIDADES CUBICAS
```

4. Hallar el área y el volúmen de un cubo cuya arista mide 7cm.

S O L U C I O N :

```
ESCRIBA EL NUMERO QUE PRECEDE AL POLIEDRO QUE QUIERA ESTUDIAR? 2

INTRODUZCA EL VALOR DE LA ARISTA  L =? 7

EL EXAEDRO O CUBO REGULAR TIENE :

6 CARAS (CUADRADOS), 8 VERTICES  Y  12  ARISTAS

EL AREA DEL POLIEDRO ES     = 294 UNIDADES CUADRADAS

EL VOLUMEN DEL POLIEDRO ES = 343 UNIDADES CUBICAS
```



AREAS Y VOLUMENES DE CUERPOS GEOMETRICOS

introducción:

Este programa permite calcular el área lateral, total y volúmen de los siguientes cuerpos geométricos:

1.- Prisma recto
2.- Pirámide regular
3.- Tronco de pirámide regular
4.- Cilindro
5.- Cono
6.- Tronco de cono
7.- Esfera

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                A R E A S   Y   V O L U M E N E S   D E
40 REM
50 REM                  C U E R P O S   G E O M E T R I C O S
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LAS AREAS Y VOLUMENES DE :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- PRISMA RECTO"
140 PRINT "2.- PIRAMIDE REGULAR"
150 PRINT "3.- TRONCO DE PIRAMIDE REGULAR"
160 PRINT "4.- CILINDRO"
170 PRINT "5.- CONO"
180 PRINT "6.- TRONCO DE CONO"
190 PRINT "7.- ESFERA"
200 PRINT
210 PRINT "SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
220 INPUT O
229 REM - BORRAR PANTALLA -
230 PI= 3.141592654
240 PRINT
250 PRINT
```

```
260 ON O GOTO 269,349,449,619,709,809,929
269 REM - AREAS Y VOLUMEN DEL PRISMA -
270 GOSUB 1019
280 PRINT "ALTURA DEL PRISMA  H =";
290 INPUT H
300 AL=N*L*H
310 AT=AL+2*SB
320 V=H*SB
330 GOSUB 1079
340 GOTO 200
349 REM - AREAS Y VOLUMEN DE LA PIRAMIDE REGULAR -
350 GOSUB 1019
360 PRINT "APOTEMA DE UNA CARA DE LA PIRAMIDE REGULAR  A =";
370 INPUT A
380 PRINT "ALTURA DE LA PIRAMIDE REGULAR  H =";
390 INPUT H
400 AL=N*L*A/2
410 AT=AL+SB
420 V=SB*H/3
430 GOSUB 1079
440 GOTO 200
449 REM - AREAS Y VOLUMEN DEL TRONCO DE PIRAMIDE -
450 PRINT "NUMERO DE LADOS DE LA BASE DEL TRONCO DE PIRAMIDE REGULAR N =";
460 INPUT N
470 PRINT "VALOR DEL LADO DE LA BASE MAYOR  L1 =";
480 INPUT L1
490 PRINT "VALOR DEL LADO DE LA BASE MENOR  L2 =";
500 INPUT L2
510 PRINT "ALTURA DE LA CARA  A =";
520 INPUT A
530 PRINT "ALTURA DEL TRONCO DE PIRAMIDE REGULAR  H =";
540 INPUT H
550 B1=N*L1*L1/(4*TAN(PI/N))
560 B2=N*L2*L2/(4*TAN(PI/N))
570 AL=N*(L1+L2)*A/2
580 AT=AL+B1+B2
590 V=H*(B1+B2+SQR(B1*B2))/3
600 GOSUB 1079
610 GOTO 200
619 REM - AREAS Y VOLUMEN DEL CILINDRO -
620 PRINT "RADIO DE LA BASE  R =";
630 INPUT R
640 PRINT "ALTURA DEL CILINDRO H =";
650 INPUT H
660 AL=2*PI*R*H
670 AT=AL+2*PI*R*R
680 V=PI*R*R*H
690 GOSUB 1079
700 GOTO 200
709 REM - AREAS Y VOLUMEN DEL CONO -
710 PRINT "RADIO DEL CONO   R =";
720 INPUT R
730 PRINT "ALTURA DEL CONO  H =";
740 INPUT H
750 G=SQR(R*R+H*H)
760 AL=PI*R*G
770 AT=AL+PI*R*R
780 V=PI*R*R*H/3
790 GOSUB 1079
800 GOTO 200
809 REM - AREAS Y VOLUMEN DEL TRONCO DE CONO -
810 PRINT "RADIO MAYOR DEL TRONCO DE CONO  R1 =";
820 INPUT R1
```

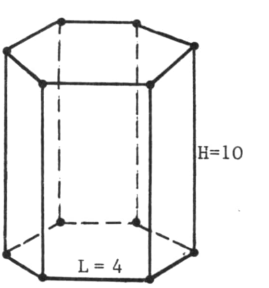
```
830 PRINT "RADIO MENOR DEL TRONCO DE CONO  R2 =";
840 INPUT R2
850 PRINT "ALTURA DEL TRONCO DE CONO  H =";
860 INPUT H
870 G=SQR(H*H+(R1-R2)*(R1-R2))
880 AL=PI*G*(R1+R2)
890 AT=AL+PI*(R1*R1+R2*R2)
900 V=PI*H*(R1*R1+R2*R2+R1*R2)/3
910 GOSUB 1079
920 GOTO 200
929 REM - AREA Y VOLUMEN DE LA ESFERA -
930 PRINT "RADIO DE LA ESFERA  R =";
940 INPUT R
950 A=4*PI*R*R
960 V=A*R/3
970 PRINT
980 PRINT
990 PRINT "EL AREA DE LA ESFERA ES    =";A;"UNIDADES CUADRADAS"
1000 PRINT "EL VOLUMEN DE LA ESFERA ES =";V;"UNIDADES CUBICAS"
1010 GOTO 200
1019 REM -SUBRUTINA PARA EL CALCULO DEL AREA DE LA BASE DE PRISMAS Y PIRAMIDES-
1020 PRINT "NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO DE LA BASE N =";
1030 INPUT N
1040 PRINT "VALOR DEL LADO DE LA BASE  L =";
1050 INPUT L
1060 SB=N*L*L/(4*TAN(PI/N))
1070 RETURN
1079 REM - SALIDA DE RESULTADOS -
1080 PRINT
1090 PRINT "EL AREA LATERAL ES =";AL;"UNIDADES CUADRADAS"
1100 PRINT "EL AREA TOTAL ES   =";AT;"UNIDADES CUADRADAS"
1110 PRINT "EL VOLUMEN ES      =";V;"UNIDADES CUBICAS"
1120 PRINT
1130 RETURN
1140 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el área lateral, el área total y el volúmen de un prisma exagonal tal que el lado de la base mide 4 unidades y tiene una altura de 10 unidades.

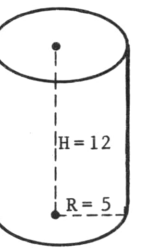
SOLUCION :

```
NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO DE LA BASE N =? 6
VALOR DEL LADO DEL BASE  L =? 4
ALTURA DEL PRISMA  H =? 10

EL AREA LATERAL ES = 240 UNIDADES CUADRADAS
EL AREA TOTAL ES   = 323.13844 UNIDADES CUADRADAS
EL VOLUMEN ES      = 415.69219 UNIDADES CUBICAS
```



2. Hallar el área lateral, el área total y el volúmen de un cilindro que tiene por radio de la base 5 unidades y 12 unidades de altura.

SOLUCION :




```
RADIO DE LA BASE  R =? 5
ALTURA DEL CILINDRO H =? 12

EL AREA LATERAL ES = 376.99112 UNIDADES CUADRADAS
EL AREA TOTAL ES   = 534.07075 UNIDADES CUADRADAS
EL VOLUMEN ES      = 942.4778 UNIDADES CUBICAS
```

3. Hallar el área lateral, el área total y el volúmen de un tronco de cono que tiene por radios 8 y 6 unidades y 19 unidades de altura.

SOLUCION :

```
RADIO MAYOR DEL TRONCO DE CONO  R1 =? 8
RADIO MENOR DEL TRONCO DE CONO  R2 =? 6
ALTURA DEL TRONCO DE CONO  H =? 19

EL AREA LATERAL ES = 840.28061 UNIDADES CUADRADAS
EL AREA TOTAL ES   = 1154.4399 UNIDADES CUADRADAS
EL VOLUMEN ES      = 2944.7195 UNIDADES CUBICAS
```

4. Hallar el área y el volúmen de una esfera de radio R = 12.5 m.

SOLUCION :

```
RADIO DE LA ESFERA  R =? 12.5


EL AREA DE LA ESFERA ES    = 1963.4954 UNIDADES CUADRADAS
EL VOLUMEN DE LA ESFERA ES = 8181.2309 UNIDADES CUBICAS
```

5. Hallar el área lateral, el área total y el volúmen de un cono de revolución que tiene 5m. de altura y el radio de la base mide 8.5m.

SOLUCION :

```
RADIO DEL CONO   R =? 8.5
ALTURA DEL CONO  H =? 5

EL AREA LATERAL ES = 263.33804 UNIDADES CUADRADAS
EL AREA TOTAL ES   = 490.31811 UNIDADES CUADRADAS
EL VOLUMEN ES      = 378.30012 UNIDADES CUBICAS
```

OPERACIONES CON VECTORES EN EL PLANO AFIN

introducción:

Este programa permite realizar los siguientes cálculos:

1.- Coordenadas de un vector libre en el plano afín conocidos sus extremos.

2.- Suma de vectores libres en el plano afín.

3.- Diferencia de vectores libres en el plano afín.

4.- Producto de un escalar por un vector libre.

5.- Equipolencia entre vectores libres en el plano afín.

Intencionadamente se han separado cálculos como el módulo de un vector, o el ángulo formado por dos vectores etc. por ser únicamente posible en el plano afín euclídeo, como veremos en otro programa posteriormente.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM                    V E C T O R E S     E N     E L
40 REM
50 REM                         P L A N O      A F I N
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE REALIZAR OPERACIONES AFINES "
120 PRINT "CON VECTORES EN EL PLANO"
130 PRINT
140 PRINT "1.- COORDENADAS DE UN VECTOR LIBRE, CONOCIDOS SUS EXTREMOS"
150 PRINT "2.- SUMA DE VECTORES LIBRES"
160 PRINT "3.- DIFERENCIA DE VECTORES LIBRES"
170 PRINT "4.- PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UN VECTOR LIBRE"
180 PRINT "5.- EQUIPOLENCIA ENTRE VECTORES LIBRES"
190 PRINT
200 PRINT "SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
210 INPUT L
220 PRINT
229 REM - BORRAR PANTALLA -
```

```
230 ON L GOTO 240,330,390,450,540
240 PRINT "COORDENADAS DE UN VECTOR V=PQ, CONOCIDOS SUS EXTREMOS P Y Q"
250 PRINT
260 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL PUNTO P";
270 INPUT X1,Y1
280 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL PUNTO Q";
290 INPUT X2,Y2
300 PRINT
310 PRINT "LAS COORDENADAS DEL VECTOR LIBRE V=PQ SON :(";X2-X1;",";Y2-Y1;")"
320 GOTO 190
330 PRINT "SUMA DE VECTORES LIBRES  V + W"
340 PRINT
350 GOSUB 730
360 PRINT
370 PRINT "COORDENADAS DEL VECTOR SUMA   V + W  = (";X1+X2;",";Y1+Y2;")"
380 GOTO 190
390 PRINT "DIFERENCIA DE VECTORES LIBRES  V - W"
400 PRINT
410 GOSUB 730
420 PRINT
430 PRINT "COORDENADAS DEL VECTOR DIFERENCIA  V - W  = (";X1-X2;",";Y1-Y2;")"
440 GOTO 190
450 PRINT "PRODUCTO DE UN ESCALAR  K  POR UN VECTOR LIBRE  V"
460 PRINT
470 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL VECTOR V ";
480 INPUT X1,Y1
490 PRINT "INTRODUZCA EL ESCALAR  K =";
500 INPUT K
510 PRINT
520 PRINT "LAS COORDENADAS DEL VECTOR K*V SON :(";K*X1;",";K*Y1;")"
530 GOTO 190
540 PRINT "EQUIPOLENCIA DE LOS VECTORES  V=PQ  Y  W=MN"
550 PRINT
560 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO P";
570 INPUT X1,Y1
580 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO Q";
590 INPUT X2,Y2
600 PRINT
610 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO M";
620 INPUT X3,Y3
630 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO N";
640 INPUT X4,Y4
650 IF X2-X1=X4-X3 AND Y2-Y1=Y4-Y3 THEN GOTO 700
660 PRINT
670 PRINT "LOS VECTORES V=PQ  Y  W=MN  NO SON EQUIPOLENTES"
680 GOTO 190
690 PRINT
700 PRINT "LOS VECTORES V=PQ  Y  W=MN   SON EQUIPOLENTES"
710 GOTO 190
730 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL VECTOR V ";
740 INPUT X1,Y1
750 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL VECTOR W ";
760 INPUT X2,Y2
770 RETURN
780 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dado el vector $\vec{v} = \vec{PQ}$ y $\vec{w} = \vec{MN}$ siendo P(2, 8),Q(5,-3),M(1,3), N(4,-8). Comprobar si $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son equipolentes.

SOLUCION :

```
EQUIPOLENCIA DE LOS VECTORES  V=PQ   Y   W=MN

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO P? 2   8
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO Q? 5  -3

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO M? 1   3
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO N? 4  -8
LOS VECTORES V=PQ   Y   W=MN    SON EQUIPOLENTES
```

2. Dados los vectores $\vec{v} = (-3,9)$ y $\vec{w} = (17,68)$. Hallar las coordenadas del vector $\vec{v} + \vec{w}$.

SOLUCION :

```
SUMA DE VECTORES LIBRES  V + W

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL VECTOR V ?-3          9
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL VECTOR W ? 17         68

COORDENADAS DEL VECTOR SUMA   V + W  = ( 14 , 77 )
```

3. Hallar las coordenadas del vector $\vec{v} = \vec{PQ}$, siendo P(3,-7) y Q(1,6).

SOLUCION :

```
COORDENADAS DE UN VECTOR V=PQ, CONOCIDOS SUS EXTREMOS P Y Q

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL PUNTO P? 3   -7
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL PUNTO Q? 1    6

LAS COORDENADAS DEL VECTOR LIBRE V=PQ SON :(-2 , 13 )
```

4. Dados los vectores $\vec{v} = (-23,78)$ y $\vec{w} = (19,-34)$. Hallar las coordenadas del vector $\vec{v} - \vec{w}$.

SOLUCION :

```
DIFERENCIA DE VECTORES LIBRES  V - W

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL VECTOR V ?-23         78
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL VECTOR W ? 19        -34

COORDENADAS DEL VECTOR DIFERENCIA  V - W  = (-42 , 112 )
```

5. Dado el vector $\vec{v} = (31,17)$ y $k = 13$. Hallar las coordenadas del vector $k\vec{v}$.

SOLUCION :

```
PRODUCTO DE UN ESCALAR  K  POR UN VECTOR LIBRE  V

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL VECTOR V ? 31         17
INTRODUZCA EL ESCALAR  K =? 13

LAS COORDENADAS DEL VECTOR K*V SON :( 403 , 221 )
```

CAMBIO DE SISTEMA DE REFERENCIA EN EL PLANO AFIN

introducción:

Este programa permite realizar el cambio de sistema de referencia en el plano afín. Para ello, es preciso conocer las coordenadas del nuevo origen y de los vectores de la nueva base en función de la referencia antigua.

Además es necesario introducir las coordenadas antiguas del vector $\vec{w}$. Al ejecutar el programa se obtiene las coordenadas nuevas de dicho vector.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                C A M B I O   D E   S I S T E M A   D E
40 REM
50 REM        R E F E R E N C I A   E N   E L   P L A N O   A F I N
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "SISTEMA DE REFERENCIA ANTIGUO :    R (O ;U1,U2)"
120 PRINT "SISTEMA DE REFERENCIA NUEVO   :    R'(O';V1,V2)"
130 PRINT
140 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL NUEVO ORIGEN O',RESPECTO DE R";
150 INPUT A1,A2
160 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL NUEVO VECTOR V1,RESPECTO DE R";
170 INPUT A3,A4
180 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL NUEVO VECTOR V2,RESPECTO DE R";
190 INPUT A5,A6
200 D=A3*A6-A4*A5
210 IF D=0 THEN GOTO 300
220 PRINT
230 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS ANTIGUAS X,Y DEL VECTOR W";
240 INPUT X1,Y1
250 X2=(-A1*A6+A2*A5+X1*A6-Y1*A5)/D
260 Y2=(A1*A4-A2*A3-X1*A4+Y1*A3)/D
270 PRINT
280 PRINT "LAS COORDENADAS NUEVAS DEL VECTOR W SON (";X2;",";Y2;")"
290 STOP
300 PRINT
310 PRINT "LOS VECTORES V1, V2 NO FORMAN BASE, REVISE SUS COORDENADAS"
320 END
```

ejercicios resueltos:

1. Sean $R(0,\vec{u}_1,\vec{u}_2)$ y $R'(0',\vec{v}_1,\vec{v}_2)$ dos referencias del plano afín tal que:

$$\begin{cases} 00' = 7\vec{u}_1 + 8\vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 = 2\vec{u}_1 - 3\vec{u}_2 \\ \vec{v}_2 = 5\vec{u}_1 + 6\vec{u}_2 \end{cases}$$

Hallar respecto de R' las coordenadas de un vector $\vec{w}$, que respecto de R tiene coordenadas (12,-7).

S O L U C I O N :

```
SISTEMA DE REFERENCIA ANTIGUO :     R (O ;U1,U2)
SISTEMA DE REFERENCIA NUEVO   :     R'(O';V1,V2)

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL NUEVO ORIGEN O',RESPECTO DE R? 7      8
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL NUEVO VECTOR V1,RESPECTO DE R? 2     -3
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL NUEVO VECTOR V2,RESPECTO DE R? 5      6

INTRODUZCA LAS COORDENADAS ANTIGUAS X,Y DEL VECTOR W? 12        -7

LAS COORDENADAS NUEVAS DEL VECTOR W SON ( 3.8888889 ,-.55555556 )
```

2. Sean $R(0,\vec{u}_1,\vec{u}_2)$ y $R'(0',\vec{v}_1,\vec{v}_2)$ dos referencias del plano afín tal que:

$$\begin{cases} 00' = 2\vec{u}_1 - 3\vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 = 3\vec{u}_1 - \vec{u}_2 \\ \vec{v}_2 = 6\vec{u}_1 - 2\vec{u}_2 \end{cases}$$

Hallar respecto de R' las coordenadas de un vector $\vec{w}$, que respecto de R tiene coordenadas (5,7).

S O L U C I O N :

```
SISTEMA DE REFERENCIA ANTIGUO :     R (O ;U1,U2)
SISTEMA DE REFERENCIA NUEVO   :     R'(O';V1,V2)

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL NUEVO ORIGEN O',RESPECTO DE R? 2      -3
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL NUEVO VECTOR V1,RESPECTO DE R? 3      -1
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL NUEVO VECTOR V2,RESPECTO DE R? 6      -2

LOS VECTORES V1, V2 NO FORMAN BASE, REVISE SUS COORDENADAS
```

DETERMINACION DE RECTAS EN EL PLANO AFIN

introducción:

Este programa permite obtener la ecuación de una recta en los siguientes casos de determinación:

1.- Por un punto base P y un vector director $\vec{v}$ no nulo.
2.- Por dos puntos distintos P y Q.
3.- Por un punto P y una pendiente m.
4.- Por los segmentos que determina sobre los ejes.

Al ejecutar el programa en cada caso, se obtiene la ecuación de la recta pedida en forma paramétrica, contínua, general o implícita, explícita, punto-pendiente y segmentaria.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM          D E T E R M I N A C I O N   D E   U N A   R E C T A
40 REM
50 REM                    E N   E L   P L A N O   A F I N
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE DETERMINAR UNA RECTA DEL SIGUIENTE MODO ;"
120 PRINT
130 PRINT "1.- POR UN PUNTO BASE  P  Y UN VECTOR DIRECCION  V"
140 PRINT "2.- POR DOS PUNTOS  P Y Q"
150 PRINT "3.- POR UN PUNTO  P  Y UNA PENDIENTE M"
160 PRINT "4.- POR LOS SEGMENTOS QUE DETERMINA SOBRE LOS EJES"
170 PRINT
180 PRINT "SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
190 INPUT L
199 REM - BORRAR PANTALLA -
200 PRINT
210 PRINT
220 ON L GOTO 230,280,350,420
230 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X0,Y0  DEL PUNTO BASE P";
240 INPUT X0,Y0
250 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS V1,V2  DEL VECTOR DIRECCION V";
260 INPUT V1,V2
```

```
270 GOSUB 499
280 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X0,Y0, DEL PUNTO P";
290 INPUT X0,Y0
300 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1, DEL PUNTO Q";
310 INPUT X1,Y1
320 V1=X1-X0
330 V2=Y1-Y0
340 GOSUB 499
350 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X0,Y0, DEL PUNTO P";
360 INPUT X0,Y0
370 PRINT "INTRODUZCA LA PENDIENTE DE LA RECTA";
380 INPUT Z
390 V1=1
400 V2=Z
410 GOSUB 499
420 PRINT"INTRODUZCA EL SEGMENTO QUE DETERMINA SOBRE EL EJE X CON SU SIGNO";
430 INPUT I
440 PRINT"INTRODUZCA EL SEGMENTO QUE DETERMINA SOBRE EL EJE Y CON SU SIGNO";
450 INPUT J
460 X0=I:Y0=0
470 V1=I:V2=-J
480 GOSUB 499
499 REM - SUBRUTINA DE SALIDA DE RESULTADOS -
500 IF  V1=0 AND V2=0 THEN GOTO 980
510 PRINT
520 PRINT
530 PRINT "ECUACIONES PARAMETRICAS DE LA RECTA PEDIDA :"
540 PRINT
550 PRINT "X =";X0;"+ T *(";V1;")"
560 PRINT "Y =";Y0;"+ T *(";V2;")"
570 PRINT
580 PRINT "ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA CONTINUA :"
590 PRINT
600 PRINT "X - ";X0;"       Y - ";Y0
610 PRINT "------     =    ------"
620 PRINT " ";V1;"            ";V2
630 PRINT
640 PRINT "ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA GENERAL O IMPLICITA :"
650 PRINT
660 PRINT V2;"X +";-V1;"Y +";V1*Y0-V2*X0;" = 0"
670 PRINT
680 PRINT "ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA EXPLICITA :"
690 PRINT
700 IF V1=0 THEN GOTO 730
710 PRINT "Y = ";V2/V1;"X +";(Y0*V1-V2*X0)/V1
720 GOTO 750
730 PRINT "Y =";X0
740 GOTO 180
750 PRINT
760 PRINT "ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA PUNTO-PENDIENTE :"
770 PRINT
780 IF V1=0 THEN GOTO 810
790 PRINT "Y - ";Y0;" = ";V2/V1;"(X - ";X0;")"
800 GOTO 820
810 PRINT "Y = ";X0
820 PRINT
830 PRINT "ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA SEGMENTARIA :"
840 PRINT
850 IF V2*X0-V1*Y0=0 THEN PRINT    "LA RECTA PASA POR EL ORIGEN":GOTO 950
860 IF V1=0 THEN PRINT "Y =";X0:GOTO 950
870 IF V2=0 THEN PRINT "X =";Y0:GOTO 950
880 M1=(V2*X0-V1*Y0)/V2 :M=INT(M1*10+.5)/10
890 N1=(V2*X0-V1*Y0)/(-V1):N=INT(N1*10+.5)/10
```

```
900 PRINT "    X           Y "
910 PRINT " -----   +   -----   = 1"
920 PRINT "   ";M;"        ";N
930 PRINT
940 PRINT
950 GOTO 180
960 PRINT "Y =";XO
970 RETURN
980 PRINT "NO EXISTE RECTA PUES EL VECTOR DIRECCION ES NULO"
990 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2,-7) y (5,12). De todas las formas posibles.

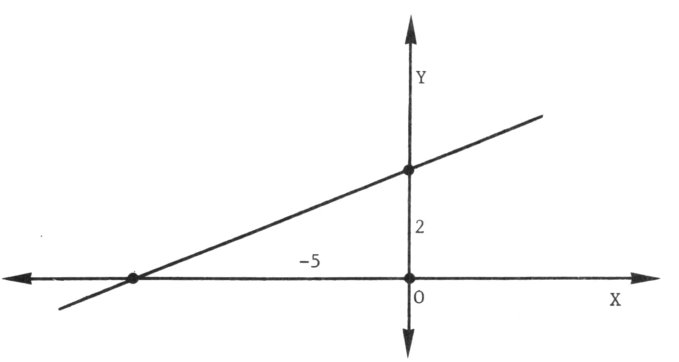
S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS XO,YO, DEL PUNTO P? 2          -7
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1, DEL PUNTO Q? 5           12


ECUACIONES PARAMETRICAS DE LA RECTA PEDIDA :

X = 2 + T *( 3 )
Y =-7 + T *( 19 )

ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA CONTINUA :

X -  2        Y - -7
------    =   ------
  3             19

ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA GENERAL O IMPLICITA :

 19 X +-3 Y +-59  = 0

ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA EXPLICITA :

Y =  6.3333333 X +-19.666667

ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA PUNTO-PENDIENTE :

Y - -7  =  6.3333333 (X -  2 )

ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA SEGMENTARIA :

   X          Y
 -----   +  -----   = 1
   3.1        -19.7
```

2. Hallar la ecuación de la recta que determina un segmento de -5 unidades sobre el eje x y otro de 2 unidades sobre el eje y.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA EL SEGMENTO QUE DETERMINA SOBRE EL EJE X CON SU SIGNO?-5
INTRODUZCA EL SEGMENTO QUE DETERMINA SOBRE EL EJE Y CON SU SIGNO? 2


ECUACIONES PARAMETRICAS DE LA RECTA PEDIDA :

X =-5 + T *(-5 )
Y = 0 + T *(-2 )

ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA CONTINUA :

X - -5        Y -  0
------    =   ------
 -5            -2

ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA GENERAL O IMPLICITA :

-2 X + 5 Y +-10  = 0

ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA EXPLICITA :

Y =  .4 X + 2

ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA PUNTO-PENDIENTE :

Y -  0  =  .4 (X - -5 )

ECUACION DE LA RECTA PEDIDA EN FORMA SEGMENTARIA :

   X          Y
 -----   +  -----   = 1
  -5         2
```



INCIDENCIA. PARALELISMO E INTERSECCION EN EL PLANO AFIN

introducción:

El presente programa estudia los tres problemas que se presentan en el plano afín: la incidencia, el paralelismo y la intersección. Al estudiar las posiciones relativas de dos rectas y para el caso de rectas secantes, el programa obtiene el punto de intersección, proporcionando sus coordenadas.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM            I N C I D E N C I A,    P A R A L E L I S M O    E
40 REM
50 REM       I N T E R S E C C I O N    E N    E L    P L A N O    A F I N
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE ESTUDIAR LO SIGUIENTE :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- INCIDENCIA DE UN PUNTO CON UNA RECTA"
140 PRINT "2.- ALINEACION DE TRES PUNTOS"
150 PRINT "3.- POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS"
160 PRINT "4.- RADIACION DE RECTAS"
170 PRINT
180 PRINT
190 PRINT "SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
200 INPUT L
210 PRINT
220 PRINT
230 PRINT
239 REM - BORRAR LA PANTALLA -
240 ON L GOTO 250,370,500,620
250 PRINT "SEA LA RECTA R DE ECUACION : A X + B Y = C"
260 PRINT
270 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C";
280 INPUT A,B,C
290 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL PUNTO  P ";
300 INPUT XO,YO
310 PRINT
320 IF C=A*XO+B*YO THEN GOTO 350
330 PRINT "EL PUNTO P NO ES INCIDENTE CON LA RECTA  R"
```

```
340 GOTO 170
350 PRINT "EL PUNTO P ES INCIDENTE CON LA RECTA  R"
360 GOTO 170
370 PRINT "INTRODUCIR LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO P";
380 INPUT X0,Y0
390 PRINT "INTRODUCIR LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO Q";
400 INPUT X1,Y1
410 PRINT "INTRODUCIR LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO S";
420 INPUT X2,Y2
430 PRINT
440 PRINT
450 IF (X1-X0)*(Y2-Y0)=(X2-X0)*(Y1-Y0)  THEN GOTO 480
460 PRINT "LOS PUNTOS P, Q, S, NO ESTAN ALINEADOS"
470 GOTO 170
480 PRINT "LOS PUNTOS P, Q, S, ESTAN ALINEADOS"
490 GOTO 170
500 GOSUB 720
510 PRINT
520 PRINT
530 IF D<>0 THEN GOTO 570
540 IF D=0 AND B2*C1<>B1*C2  THEN GOTO 600
550 PRINT "LAS RECTAS R Y R'  SON COINCIDENTES"
560 GOTO 170
570 PRINT "LAS RECTAS R Y R' SON SECANTES, EL PUNTO DE INTERSECCION ES :";
580 PRINT "(";X3;",";Y3;")"
590 GOTO 170
600 PRINT "LAS RECTAS R Y R' SON PARALELAS Y DISTINTAS"
610 GOTO 170
620 GOSUB 720
630 PRINT
640 PRINT
650 IF D=0 THEN GOTO 700
660 PRINT "LA RADIACION DE RECTAS TIENE LA SIGUIENTE ECUACION :";
670 PRINT
680 PRINT "Y -";Y3;" = M (X -";X3;")"
690 GOTO 170
700 PRINT "LAS RECTAS NO SON SECANTES, POR TANTO NO HAY RADIACION"
710 GOTO 170
720 PRINT
730 PRINT "SEA LA RECTA  R   DE ECUACION: A X + B Y = C"
740 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES  A, B, C ";
750 INPUT A1,B1,C1
760 PRINT
770 PRINT "Y   LA RECTA  R'  DE ECUACION: A'X + B'Y = C' "
780 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES  A', B', C' ";
790 INPUT A2,B2,C2
800 D=A1*B2-A2*B1
810 IF D=0 THEN GOTO 840
820 X3=(C2*B1-C1*B2)/D
830 Y3=(A2*C1-A1*C2)/D
840 RETURN
850 END
```

ejercicios resueltos:

1. Estudiar la posición relativa de las rectas:

$$5x - y + 7 = 0 \qquad y \qquad 10x - 2y + 9 = 0$$

S O L U C I O N :

```
SEA LA RECTA  R   DE ECUACION: A X + B Y = C
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES  A, B, C ? 5          -1        7

Y   LA RECTA  R'  DE ECUACION: A'X + B'Y = C'
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES  A', B', C' ? 10      -2        9


LAS RECTAS R Y R' SON PARALELAS Y DISTINTAS
```

1. Hallar la ecuación de la radiación de rectas que tiene por foco el punto de intersección de las rectas:

$$3x + y + 5 = 0 \qquad y \qquad 2x + 6 = 0$$

S O L U C I O N :

```
SEA LA RECTA  R   DE ECUACION: A X + B Y = C
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES  A, B, C ? 3          1        5

Y   LA RECTA  R'  DE ECUACION: A'X + B'Y = C'
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES  A', B', C' ? 2       0        6


LA RADIACION DE RECTAS TIENE LA SIGUIENTE ECUACION :
Y - 4  = M (X --3 )
```

2. Hallar la posición relativa de las rectas:

$$2x + 5y + 3 = 0 \qquad y \qquad 6x + 2y - 5 = 0$$

Hallar también las coordenadas del punto de intersección.

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 3

SEA LA RECTA  R   DE ECUACION: A X + B Y = C
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES  A, B, C ? 2          5        3

Y   LA RECTA  R'  DE ECUACION: A'X + B'Y = C'
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES  A', B', C' ? 6       2       -5
LAS RECTAS R Y R' SON SECANTES, EL PUNTO DE INTERSECCION ES :( 1.1923077 ,-1.076
9231 )
```

3. Ver si estan alineados los puntos P(3,-5), Q(2,9) y S(6,8).

S O L U C I O N :

```
INTRODUCIR LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO P? 3  -5
INTRODUCIR LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO Q? 2   9
INTRODUCIR LAS COORDENADAS X,Y  DEL PUNTO S? 6   8


LOS PUNTOS P, Q, S, NO ESTAN ALINEADOS
```

CONVERSION DE ANGULOS

introducción:

Este programa permite convertir ángulos expresados en grados a radianes y de radianes a grados.

Esta es una importante subrutina, ya que se emplea con frecuencia en numerosos programas.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM              C O N V E R S I O N    D E    A N G U L O S
40 REM
50 REM           D E    G R A D O S    A    R A D I A N E S    Y
60 REM
70 REM              D E    R A D I A N E S    A    G R A D O S
80 REM
90 REM ************************************************************************
100 PRINT:PRINT
110 PRINT "DE GRADOS A RADIANES : PULSE 1"
120 PRINT "DE RADIANES A GRADOS : PULSE 2"
130 INPUT L
140 PRINT:PRINT
150 IF L=2 THEN GOTO 290
159 REM - DE GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS A RADIANES -
160 PRINT "INTRODUZCA LOS GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS DEL ANGULO"
170 PRINT "GRADOS         G =";
180 INPUT G
190 PRINT "MINUTOS        M =";
200 INPUT M
210 PRINT "SEGUNDOS       S =";
220 INPUT S
230 PI=3.1415926535897932
240 A=G+M/60+S/3600
250 B=INT(A/360)
260 R=A*.0174532925-B*2*PI
270 PRINT "EL ANGULO DE";G;"GRADOS,";M;"MINUTOS,";S;"SEGUNDOS =";R;"RADIANES"
280 GOTO 100
289 REM - DE RADIANES A GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS -
290 PRINT "INTRODUZCA EL ANGULO EN RADIANES";
300 INPUT R
```

```
310 K=57.29577951
320 Z=R*K
330 G=INT(Z)
340 M=INT((Z-G)*60)
350 S=INT(((Z-G)*60-M)*60)
360 IF G>= 360 THEN GOTO 380
370 GOTO 390
380 G=G-360*INT(G/360)
390 PRINT:PRINT
400 PRINT "EL ANGULO DE";R;"RADIANES =";G;"GRADOS,";M;"MINUTOS,";S;"SEGUNDOS"
410 GOTO 100
420 END
```

ejercicios resueltos:

1. Pasar a grados, minutos y segundos los siguientes ángulos dados en radianes: 1 radian, 2 radianes.

SOLUCION :

```
INTRODUZCA EL ANGULO EN RADIANES? 1

EL ANGULO DE 1 RADIANES = 57 GRADOS, 17 MINUTOS, 44 SEGUNDOS


INTRODUZCA EL ANGULO EN RADIANES? 2

EL ANGULO DE 2 RADIANES = 114 GRADOS, 35 MINUTOS, 29 SEGUNDOS
```

2. Pasar a radianes, los siguientes ángulos: 23°45' 17" y 270°

SOLUCION :

```
INTRODUZCA LOS GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS DEL ANGULO
GRADOS          G =? 23
MINUTOS         M =? 45
SEGUNDOS        S =? 17
EL ANGULO DE 23 GRADOS, 45 MINUTOS, 17 SEGUNDOS = .41459812 RADIANES


INTRODUZCA LOS GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS DEL ANGULO
GRADOS          G =? 270
MINUTOS         M =? 0
SEGUNDOS        S =? 0
EL ANGULO DE 270 GRADOS, 0 MINUTOS, 0 SEGUNDOS = 4.712389 RADIANES
```

OPERACIONES CON VECTORES EN EL PLANO AFIN EUCLIDEO

introducción:

Este programa permite realizar operaciones con vectores en el plano afín euclideo.

Introducidas las coordenadas de los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ al ejecutar el programa se obtiene:

1.- Las coordenadas del vector suma $\vec{v} + \vec{w}$.

2.- Las coordenadas del vector diferencia $\vec{v} - \vec{w}$.

3.- El producto escalar $\vec{v}.\vec{w}$

4.- El módulo del vector $\vec{v}$.

5.- El módulo del vector $\vec{w}$.

6.- El ángulo que forman los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$.

7.- Los ángulos que forma el vector $\vec{v}$,con cada uno de los ejes.

8.- Los ángulos que forma el vector $\vec{w}$,con cada uno de los ejes.

Los ángulos se obtienen en grados, minutos y segundos, debido a la subrutina que se inicia en la linea 550.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM            O P E R A C I O N E S   C O N   V E C T O R E S
40 REM
50 REM       E N   E L   P L A N O   A F I N   E U C L I D E O
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "OPERACIONES CON VECTORES EN EL PLANO AFIN EUCLIDEO"
120 PRINT
130 G$="GRADOS,"
140 M$="MINUTOS,"
150 SS$="SEGUNDOS"
160 PRINT
170 PRINT
180 PRINT "VECTOR V : COORDENADAS X,Y ";
190 INPUT X1,Y1
200 PRINT "VECTOR W : COORDENADAS X,Y ";
210 INPUT X2,Y2
```

```
220 PRINT
230 PRINT
240 PRINT "EL VECTOR SUMA ES                    V + W =";"(";X1+X2;",";Y1+Y2;")"
250 PRINT "EL VECTOR DIFERENCIA ES              V - W =";"(";X1-X2;",";Y1-Y2;")"
260 PRINT "EL PRODUCTO ESCALAR ES               V . W =";X1*X2+Y1*Y2
270 N1=SQR(X1*X1+Y1*Y1)
280 N2=SQR(X2*X2+Y2*Y2)
290 PRINT "EL MODULO DEL VECTOR V ES                  =";N1
310 PRINT "EL MODULO DEL VECTOR W ES                  =";N2
320 K=57.29578
330 D=(X1*X2+Y1*Y2)/(N1*N2)
340 A=ACS(D)*K
350 Z=A
360 GOSUB 550
370 PRINT "ANGULO QUE FORMAN LOS VECTORES V Y W       :";G;G$;M;M$;SS;SS$
380 A1=ACS(X1/N1)*K
390 Z=A1
400 GOSUB 550
410 PRINT "ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE X :";G;G$;M;M$;SS;SS$
420 A2=ACS(Y1/N1)*K
430 Z=A2
440 GOSUB 550
450 PRINT "ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE Y :";G;G$;M;M$;SS;SS$
460 B1=ACS(X2/N2)*K
470 Z=B1
480 GOSUB 550
490 PRINT "ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE X :";G;G$;M;M$;SS;SS$
500 B2=ACS(Y2/N2)*K
510 Z=B2
520 GOSUB 550
530 PRINT "ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE Y :";G;G$;M;M$;SS;SS$
540 GOTO 610
550 REM -SUBRUTINA  PARA PASAR A GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS -
560 G=INT(Z)
570 M=INT((Z-G)*60)
580 SS=INT(((Z-G)*60-M)*60)
600 RETURN
610 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dados los vectores $\vec{v} = (3,-5)$ y $\vec{w} = (9,1)$.

Hallar $\vec{v}\pm\vec{w}$, $\vec{v}.\vec{w}$, módulo de $\vec{v}$, módulo de $\vec{w}$, ángulo formado por $\vec{v}$ y $\vec{w}$ y los ángulos formados por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ con cada uno de los ejes cartesianos.

S O L U C I O N :

```
OPERACIONES CON VECTORES EN EL PLANO AFIN EUCLIDEO


VECTOR V : COORDENADAS X,Y ? 3  -5
VECTOR W : COORDENADAS X,Y ? 9   1


EL VECTOR SUMA ES                    V + W =( 12 ,-4 )
EL VECTOR DIFERENCIA ES              V - W =(-6 ,-6 )
EL PRODUCTO ESCALAR ES               V . W = 22
```

```
EL MODULO DEL VECTOR V ES                    = 5.8309519
EL MODULO DEL VECTOR W ES                    = 9.0553851
ANGULO QUE FORMAN LOS VECTORES V Y W         : 65 GRADOS, 22 MINUTOS, 35 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE X : 59 GRADOS, 2 MINUTOS, 10 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE Y : 149 GRADOS, 2 MINUTOS, 10 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE X : 6 GRADOS, 20 MINUTOS, 24 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE Y : 83 GRADOS, 39 MINUTOS, 35 SEGUNDOS
```

1. Dados los vectores $\vec{v} = (6,22)$ y $\vec{w} = (-13,7)$.

Hallar $\vec{v}\pm\vec{w}$, $\vec{v}.\vec{w}$, módulo de $\vec{v}$, módulo de $\vec{w}$, ángulo formado por $\vec{v}$ y $\vec{w}$ y los ángulos formados por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ con cada uno de los ejes cartesianos.

S O L U C I O N :

```
OPERACIONES CON VECTORES EN EL ESPACIO AFIN EUCLIDEO


VECTOR V : COORDENADAS X,Y ? 6   22
VECTOR W : COORDENADAS X,Y ?-13          7


EL VECTOR SUMA ES                  V + W =(-7 , 29 )
EL VECTOR DIFERENCIA ES            V - W =( 19 , 15 )
EL PRODUCTO ESCALAR ES             V . W = 76
EL MODULO DEL VECTOR V ES                = 22.803509
EL MODULO DEL VECTOR W ES                = 14.764823
ANGULO QUE FORMAN LOS VECTORES V Y W         : 76 GRADOS, 57 MINUTOS, 15 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE X : 74 GRADOS, 44 MINUTOS, 41 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE Y : 15 GRADOS, 15 MINUTOS, 18 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE X : 151 GRADOS, 41 MINUTOS, 57 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE Y : 61 GRADOS, 41 MINUTOS, 57 SEGUNDOS
```

2. Dados los vectores $\vec{v} = (32,-31)$ y $\vec{w} = (17,-11)$.

Hallar $\vec{v}\pm\vec{w}$, $\vec{v}.\vec{w}$, módulo de $\vec{v}$, módulo de $\vec{w}$, ángulo formado por $\vec{v}$ y $\vec{w}$ y los ángulos formados por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ con cada uno de los ejes cartesianos.

S O L U C I O N :

```
VECTOR V : COORDENADAS X,Y ? 32          -31
VECTOR W : COORDENADAS X,Y ? 17          -11


EL VECTOR SUMA ES                  V + W =( 49 ,-42 )
EL VECTOR DIFERENCIA ES            V - W =( 15 ,-20 )
EL PRODUCTO ESCALAR ES             V . W = 885
EL MODULO DEL VECTOR V ES                = 44.553339
EL MODULO DEL VECTOR W ES                = 20.248457
ANGULO QUE FORMAN LOS VECTORES V Y W         : 11 GRADOS, 11 MINUTOS, 7 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE X : 44 GRADOS, 5 MINUTOS, 26 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE Y : 134 GRADOS, 5 MINUTOS, 26 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE X : 32 GRADOS, 54 MINUTOS, 18 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE Y : 122 GRADOS, 54 MINUTOS, 18 SEGUNDOS
```

ANGULOS Y BISECTRICES DE RECTAS EN EL PLANO AFIN EUCLIDEO

introducción:

Este programa sirve para calcular el ángulo formado por dos rectas y las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos formados por las dos rectas.

También el programa informa cuando las rectas son paralelas, y perpendiculares.

Los coeficientes de las ecuaciones de las rectas han sido redondeadas hasta la segunda cifra decimal.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                A N G U L O    D E    D O S    R E C T A S
40 REM
50 REM         B I S E C T R I C E S    D E    L O S    A N G U L O S
60 REM
70 REM             F O R M A D O S    P O R    D O S    R E C T A S
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "SEA LA RECTA  R :    A X + B Y + C = O"
120 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES   A, B, C ";
130 INPUT A1,B1,C1
140 PRINT
150 PRINT "Y  LA RECTA  R':    A'X + B'Y + C'= O"
160 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES   A', B', C'  ";
170 INPUT A2,B2,C2
180 PRINT
190 PRINT
200 IF A1*B2=A2*B1 THEN GOTO 380
210 M1=SQR(A1*A1+B1*B1)
220 M2=SQR(A2*A2+B2*B2)
230 P=A1*A2+B1*B2
240 IF P=0 THEN GOTO 360
250 D=P/(M1*M2)
260 K=57.29577951
270 Z=ACS(D)*K
280 G=INT(Z)
290 M=INT((Z-G)*60)
300 SS=INT(((Z-G)*60-M)*60)
```

```
310 G$="GRADOS."
320 M$="MINUTOS."
330 SS$="SEGUNDOS"
340 PRINT "ANGULO FORMADO POR R Y R' : ";G;G$;M;M$;SS;SS$
350 GOTO 390
360 PRINT "LAS RECTAS R Y R'  SON PERPENDICULARES "
370 GOTO 390
380 PRINT "LAS RECTAS R Y R'  SON PARALELAS"
389 REM - CALCULO DE LAS ECUACIONES DE LAS BISECTRICES -
390 A5=(A1/M1-A2/M2):A3=10*INT(A5*100+.5)/100
400 B5=(B1/M1-B2/M2):B3=10*INT(B5*100+.5)/100
410 C5=(C1/M1-C2/M2):C3=10*INT(C5*100+.5)/100
420 A6=(A1/M1+A2/M2):A4=10*INT(A6*100+.5)/100
430 B6=(B1/M1+B2/M2):B4=10*INT(B6*100+.5)/100
440 C6=(C1/M1+C2/M2):C4=10*INT(C6*100+.5)/100
450 PRINT
460 PRINT
470 PRINT "LAS ECUACIONES DE LAS BISECTRICES SON :"
480 PRINT
490 PRINT "BISECTRIZ  B1  :";A3;"X +";B3;"Y +";C3;" = 0"
500 PRINT
510 PRINT "BISECTRIZ  B2  :";A4;"X +";B4;"Y +";C4;" = 0"
520 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el ángulo y las bisectrices de los ángulos formados por las rectas de ecuaciones: $2x + 6y + 1 = 0$ y $x + 3y + 9 = 0$

S O L U C I O N :

```
SEA LA RECTA  R :     A X + B Y + C = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES   A, B, C ? 2        6        1

Y   LA RECTA  R':     A'X + B'Y + C'= 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES   A', B', C'? 1      3        9

LAS RECTAS R Y R'  SON PARALELAS
```

2. Hallar el ángulo y las bisectrices de los ángulos formados por las rectas de ecuaciones: $6x + 3y + 8 = 0$ y $-2x + 5y + 1 = 0$

S O L U C I O N :

```
SEA LA RECTA  R :     A X + B Y + C = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES   A, B, C ? 6        3        8

Y   LA RECTA  R':     A'X + B'Y + C'= 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES   A', B', C'?-2      5        1

ANGULO FORMADO POR R Y R' :  85 GRADOS, 14 MINUTOS, 10 SEGUNDOS
```

LAS ECUACIONES DE LAS BISECTRICES SON :

BISECTRIZ B1 : 12.7 X +-4.8 Y + 10.1 = 0

BISECTRIZ B2 : 5.2 X + 13.8 Y + 13.8 = 0

3. Hallar el ángulo y las bisectrices de los ángulos formados por las rectas de ecuaciones: $2x - 7y + 1 = 0$ y $14x + 4y + 3 = 0$

S O L U C I O N :

SEA LA RECTA R : A X + B Y + C = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A, B, C ? 2 -7 1

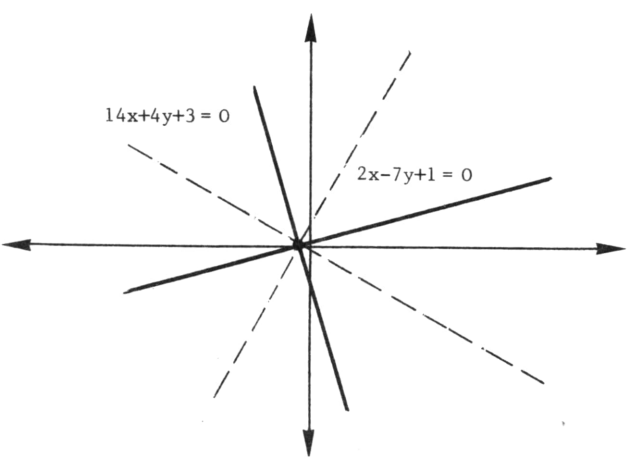
Y LA RECTA R': A'X + B'Y + C'= 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A', B', C'? 14 4 3

LAS RECTAS R Y R' SON PERPENDICULARES

LAS ECUACIONES DE LAS BISECTRICES SON :

BISECTRIZ B1 :-6.9 X +-12.4 Y +-.7 = 0

BISECTRIZ B2 : 12.4 X +-6.9 Y + 3.4 = 0



DISTANCIAS EN EL PLANO AFIN EUCLIDEO

introducción:

Este programa permite calcular las siguientes distancias en el plano afín euclideo.

1.- Distancia entre dos puntos.

2.- Distancia de un punto a una recta.

3.- Distancia entre rectas.

Hay que tener en cuenta que se entiende como distancia, la mínima absoluta, de manera que la distancia entre rectas secantes es cero.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM          C A L C U L O     D E     D I S T A N C I A S     E N
40 REM
50 REM         E N     E L     P L A N O     A F I N     E U C L I D E O
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LAS SIGUIENTES DISTANCIAS"
120 PRINT
130 PRINT "1.-  DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS "
140 PRINT "2.-  DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA"
150 PRINT "3.-  DISTANCIA ENTRE DOS RECTAS"
160 PRINT:PRINT
170 PRINT "SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
180 INPUT L
189 REM - BORRAR PANTALLA -
190 PRINT:PRINT
200 U$="UNIDADES LINEALES"
210 ON L GOTO 219,319,479
219 REM - DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS DEL PLANO AFIN EUCLIDEO -
220 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL PUNTO P";
230 INPUT X0,Y0
240 PRINT
250 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL PUNTO Q";
260 INPUT X1,Y1
270 PRINT
```

```
280 PRINT
290 D=SQR((X1-XO)*(X1-XO)+(Y1-YO)*(Y1-YO))
300 PRINT "LA DISTANCIA ENTRE LOS PUNTOS P Y Q ES";D;U$
310 GOTO 160
319 REM - DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA EN EL PLANO AFIN EUCLIDEO -
320 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL PUNTO P";
330 INPUT XO,YO
350 PRINT "SEA LA RECTA R : A X + B Y + C = O"
360 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C";
370 INPUT A,B,C
380 PRINT
390 PRINT
400 E=A*XO+B*YO+C
410 M=SQR(A*A+B*B)
420 IF E=0 THEN GOTO 460
430 D=ABS(E/M)
440 PRINT "LA DISTANCIA DEL PUNTO P A LA RECTA R ES = ";D;U$
450 GOTO 160
460 PRINT "LA DISTANCIA DEL PUNTO P A LA RECTA R ES O, PUES P PERTENECE A R"
470 GOTO 160
479 REM - DISTANCIA ENTRE DOS RECTAS -
480 PRINT "SEA LA RECTA R : A1 X + B1 Y + C1 = O"
490 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A1,B1,C1";
500 INPUT A1,B1,C1
510 PRINT
520 PRINT "Y LA RECTA  R' : A2 X + B2 Y + C2 = O"
530 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A2,B2,C2";
540 INPUT A2,B2,C2
550 PRINT:PRINT
560 F=A1*B2-A2*B1
570 IF F<>0 THEN GOTO 660
580 M1=SQR(A1*A1+B1*B1)
590 M2=SQR(A2*A2+B2*B2)
600 D1=ABS(C1/M1)
610 D2=ABS(C2/M2)
620 D=ABS(D1-D2)
630 IF D=0 THEN 680
640 PRINT "LA DISTANCIA ENTRE LAS RECTAS R Y R' ES = ";D;U$
650 GOTO 160
660 PRINT "LA DISTANCIA ENTRE LAS RECTAS R Y R' ES = O, LAS RECTAS SON SECANTES"
670 GOTO 160
680 PRINT "LA DISTANCIA ES O LAS RECTAS R Y R' SON COINCIDENTES"
690 GOTO 160
700 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar la distancia entre los puntos: P(-2,3) y Q(1,-5).

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL PUNTO P?-2    3

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL PUNTO Q? 1   -5


LA DISTANCIA ENTRE LOS PUNTOS P Y Q ES 8.5440037 UNIDADES LINEALES
```

2. Hallar la distancia del punto P(2,5) a la recta x - 3y + 9 = 0

SOLUCION :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL PUNTO P? 2     5
SEA LA RECTA R : A X + B Y + C = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C? 1     -3       9

LA DISTANCIA DEL PUNTO P A LA RECTA R ES =  1.2649111 UNIDADES LINEALES
```

3. Hallar la distancia entre las rectas: 2x+5y+8 = 0 y 3x+y-2 = 0.

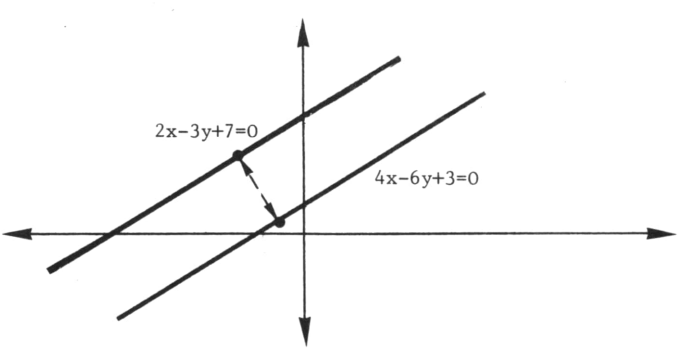
SOLUCION :

```
SEA LA RECTA R : A1 X + B1 Y + C1 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A1,B1,C1? 2          5       8

Y LA RECTA  R' : A2 X + B2 Y + C2 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A2,B2,C2? 3          1      -2

LA DISTANCIA ENTRE LAS RECTAS R Y R' ES = 0, LAS RECTAS SON SECANTES
```

4. Hallar la distancia entre las rectas: 2x-3y+7 = 0 y 4x-6y+3 = 0

SOLUCION :

```
SEA LA RECTA R : A1 X + B1 Y + C1 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A1,B1,C1? 2         -3       7

Y LA RECTA  R' : A2 X + B2 Y + C2 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A2,B2,C2? 4         -6       3

LA DISTANCIA ENTRE LAS RECTAS R Y R' ES =  1.5254255 UNIDADES LINEALES
```



AREAS EN EL PLANO AFIN EUCLIDEO

introducción:

El presente programa permite calcular el área de un polígono en función de las coordenadas de sus vértices. El procedimiento seguido es la llamada fórmula de Gauss.

Hay que tener en cuenta para la aplicación de este programa las siguientes observaciones:

1°) El programa no es válido (por no serlo la fórmula de Gauss) si el perímetro se corta a si mismo.

2°) Los vértices se han de ir introduciendo recorriendo el perímetro en cualquiera de los dos sentidos.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    A R E A    D E    U N    P O L I G O N O
40 REM
50 REM        E N     F U N C I O N    D E    L A S    C O O R D E N A D A S
60 REM
70 REM                       D E     S U S     V E R T I C E S
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO";
120 INPUT N
130 DIM X(N+1),Y(N+1)
140 U$="UNIDADES CUADRADAS"
150 PRINT
160 FOR J=1 TO N
168 REM -INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE LOS VERTICES EN UNO DE LOS SENTIDOS -
169 REM - DE RECORRIDO DEL POLIGONO -
170 PRINT "COORDENADAS DEL VERTICE";J ;
180 INPUT X(J),Y(J)
190 NEXT J
200 X(N+1)=X(1)
210 Y(N+1)=Y(1)
220 A=0
230 FOR J=1 TO N
240 A=A+(X(J)+X(J+1))*(Y(J)-Y(J+1))
```

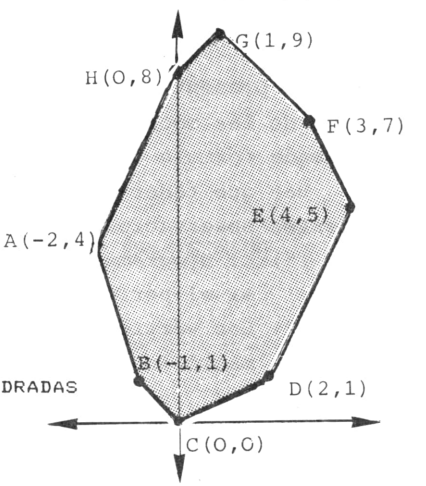
```
250 NEXT J
260 S=ABS(A)/2
270 PRINT
280 PRINT
290 PRINT "EL AREA DEL POLIGONO DADO ES =";S;U$
300 END
```

ejercicios resueltos:

1. Calcular el área de un polígono de 8 lados, siendo las coordenadas de sus vertices A(-2,4); B(-1,1); C(0,0); D(2,1); E(4,5); F(3,7); G(1,9) y H(0,8).

S O L U C I O N :

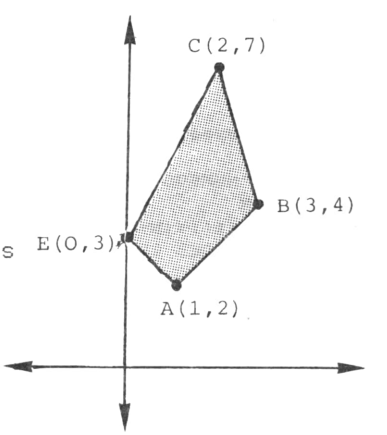
```
NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO? 8

COORDENADAS DEL VERTICE 1 ?-2    4
COORDENADAS DEL VERTICE 2 ?-1    1
COORDENADAS DEL VERTICE 3 ? 0    0
COORDENADAS DEL VERTICE 4 ? 2    1
COORDENADAS DEL VERTICE 5 ? 4    5
COORDENADAS DEL VERTICE 6 ? 3    7
COORDENADAS DEL VERTICE 7 ? 1    9
COORDENADAS DEL VERTICE 8 ? 0    8

EL AREA DEL POLIGONO DADO ES = 32.5 UNIDADES CUADRADAS
```



2. Calcular el área de un polígono de 4 lados siendo las coordenadas de sus vertices A(1,2); B(3,4); C(2,7) y E(0,3).

S O L U C I O N :

```
NUMERO DE LADOS DEL POLIGONO? 4

COORDENADAS DEL VERTICE 1 ? 1    2
COORDENADAS DEL VERTICE 2 ? 3    4
COORDENADAS DEL VERTICE 3 ? 2    7
COORDENADAS DEL VERTICE 4 ? 0    3

EL AREA DEL POLIGONO DADO ES = 7 UNIDADES CUADRADAS
```



CALCULO DE PUNTOS NOTABLES EN UN TRIANGULO

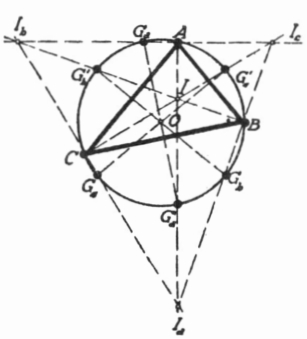
introducción:

Este interesante programa calcula, a partir de las coordenadas de los vértices de un triángulo lo siguiente:

1.- Los lados
2.- Los ángulos
3.- Las coordenadas del baricentro
4.- Las coordenadas del incentro
5.- Las coordenadas del ortocentro
6.- Las coordenadas del circuncentro
7.- Las cordenadas de los exincentros
8.- Las coordenadas del centro de la circunferencia de Feuerbach.

Se llama circunferencia de Feuerbach a la circunscrita al triángulo órtico (triángulo que tiene por vértices los pies de las alturas del triángulo inicial, no rectángulo)

Esta circunferencia se llama de los nueve puntos, por pasar por los tres pies de las alturas, por los puntos medios de los 3 lados y por los puntos medios de los segmentos de altura comprendida entre cada vértice y el ortocentro.



listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM        CALCULO DE LOS LADOS, LOS ANGULOS, EL BARICENTRO, EL INCENTRO,
40 REM
50 REM                EL ORTOCENTRO, EL CIRCUNCENTRO, LOS EXINCENTROS,
60 REM
70 REM       Y EL CENTRO DE LA CIRCUNFERENCIA DE FEUERBACH,  DE UN TRIANGULO
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1  DEL PUNTO A";
120 INPUT X1,Y1
130 PRINT
140 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X2,Y2  DEL PUNTO B";
150 INPUT X2,Y2
160 PRINT
170 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X3,Y3  DEL PUNTO C";
180 INPUT X3,Y3
190 A=SQR((X3-X2)*(X3-X2)+(Y3-Y2)*(Y3-Y2))
200 B=SQR((X3-X1)*(X3-X1)+(Y3-Y1)*(Y3-Y1))
210 C=SQR((X2-X1)*(X2-X1)+(Y2-Y1)*(Y2-Y1))
220 X=ACS(((X3-X1)*(X2-X1)+(Y3-Y1)*(Y2-Y1))/(B*C))
230 Y=ACS(((X3-X2)*(X1-X2)+(Y3-Y2)*(Y1-Y2))/(A*C))
240 Z=ACS(((X2-X3)*(X1-X3)+(Y2-Y3)*(Y1-Y3))/(A*B))
250 XG=(X1+X2+X3)/3
260 YG=(Y1+Y2+Y3)/3
270 XI=(A*X1+B*X2+C*X3)/(A+B+C)
280 YI=(A*Y1+B*Y2+C*Y3)/(A+B+C)
290 XO=(X1*TAN(X)+X2*TAN(Y)+X3*TAN(Z))/(TAN(X)+TAN(Y)+TAN(Z))
300 YO=(Y1*TAN(X)+Y2*TAN(Y)+Y3*TAN(Z))/(TAN(X)+TAN(Y)+TAN(Z))
310 XC=((X2+X3)*TAN(X)+(X3+X1)*TAN(Y)+(X1+X2)*TAN(Z))/(2*(TAN(X)+TAN(Y)+TAN(Z)))
320 YC=((Y2+Y3)*TAN(X)+(Y3+Y1)*TAN(Y)+(Y1+Y2)*TAN(Z))/(2*(TAN(X)+TAN(Y)+TAN(Z)))
330 XA=(-A*X1+B*X2+C*X3)/(-A+B+C)
340 YA=(-A*Y1+B*Y2+C*Y3)/(-A+B+C)
350 XB=(A*X1-B*X2+C*X3)/(A-B+C)
360 YB=(A*Y1-B*Y2+C*Y3)/(A-B+C)
370 XD=(A*X1+B*X2-C*X3)/(A+B-C)
380 YD=(A*Y1+B*Y2-C*Y3)/(A+B-C)
390 XF=(X1+X2+X3-XC)/2
400 YF=(Y1+Y2+Y3-YC)/2
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT
440 UL$="UNIDADES LINEALES"
450 R$="RADIANES"
460 PRINT "LADO a   =";A;UL$
470 PRINT
480 PRINT "LADO b   =";B;UL$
490 PRINT
500 PRINT "LADO c   =";C;UL$
510 PRINT
520 PRINT "ANGULO A =";X;R$
530 PRINT
540 PRINT "ANGULO B =";Y;R$
550 PRINT
560 PRINT "ANGULO C =";Z;R$
570 PRINT
580 PRINT "COORDENADAS DEL BARICENTRO,                G (";XG;",";YG;")"
590 PRINT
600 PRINT "COORDENADAS DEL INCENTRO,                  I (";XI;",";YI;")"
```

```
610 PRINT
620 PRINT "COORDENADAS DEL ORTOCENTRO,                O (";XO;",";YO;")"
630 PRINT
640 PRINT "COORDENADAS DEL CIRCUNCENTRO,             CC (";XC;",";YC;")"
650 PRINT
660 PRINT "EXINCENTRO CORRESPONDIENTE AL ANGULO A, EXA (";XA;",";YA;")"
670 PRINT
680 PRINT "EXINCENTRO CORRESPONDIENTE AL ANGULO B, EXB (";XB;",";YB;")"
690 PRINT
700 PRINT "EXINCENTRO CORRESPONDIENTE AL ANGULO C, EXC (";XD;",";YD;")"
710 PRINT
720 PRINT "CENTRO DE LA CIRCUNFERENCIA DE FEUERBACH, F (";XF;",";YF;")"
730 END
```

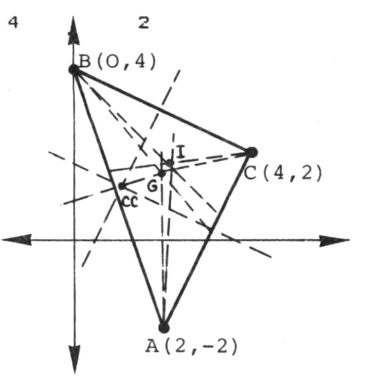
ejercicios resueltos:

1. Dado el triángulo de vértices A(2,-2), B(0,4) y C(4,2).

Hallar los lados, los ángulos, el baricentro, el incentro, el ortocentro, el circuncentro, los exincentros y el centro de la circunferencia de Feuerbach.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1  DEL PUNTO A? 2        -2

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X2,Y2  DEL PUNTO B? 0         4

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X3,Y3  DEL PUNTO C? 4         2
```



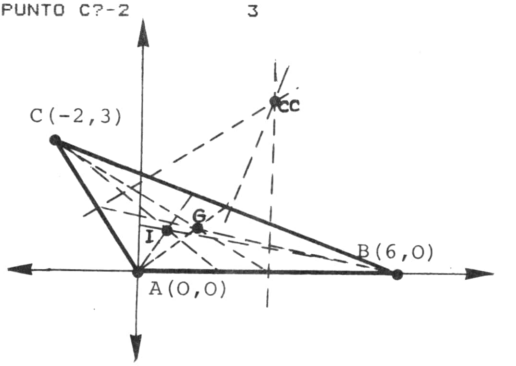

```
LADO a   = 4.472136 UNIDADES LINEALES

LADO b   = 4.472136 UNIDADES LINEALES

LADO c   = 6.3245553 UNIDADES LINEALES

ANGULO A = .78539816 RADIANES

ANGULO B = .78539816 RADIANES

ANGULO C = 1.5707963 RADIANES

COORDENADAS DEL BARICENTRO,                G ( 2 , 1.3333333 )

COORDENADAS DEL INCENTRO,                  I ( 2.2426407 , 1.4142136 )

COORDENADAS DEL ORTOCENTRO,                O ( 4 , 2 )

COORDENADAS DEL CIRCUNCENTRO,             CC ( 1 , 1 )

EXINCENTRO CORRESPONDIENTE AL ANGULO A, EXA ( 2.5857864 , 6.2426407 )

EXINCENTRO CORRESPONDIENTE AL ANGULO B, EXB ( 5.4142136 ,-2.2426407 )

EXINCENTRO CORRESPONDIENTE AL ANGULO C, EXC (-6.2426407 ,-1.4142136 )

CENTRO DE LA CIRCUNFERENCIA DE FEUERBACH, F ( 2.5 , 1.5 )
```

2. Dado el triángulo de vértices A(0,0), B(6,0) y C(-2,3).

Hallar los lados, los ángulos, el baricentro, el incentro, el ortocentro, el circuncentro, los exincentros y el centro de la circunferencia de Feuerbach.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1  DEL PUNTO A? 0          0
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X2,Y2  DEL PUNTO B? 6          0
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X3,Y3  DEL PUNTO C?-2          3
```




```
LADO a    = 8.5440037 UNIDADES LINEALES
LADO b    = 3.6055513 UNIDADES LINEALES
LADO c    = 6 UNIDADES LINEALES
ANGULO A = 2.1587989 RADIANES
ANGULO B = .35877067 RADIANES
ANGULO C = .62402305 RADIANES
COORDENADAS DEL BARICENTRO,                G ( 1.3333333 , 1 )
COORDENADAS DEL INCENTRO,                  I ( .53077377 , .99175985 )
COORDENADAS DEL ORTOCENTRO,                O (-2 ,-5.3333333 )
COORDENADAS DEL CIRCUNCENTRO,             CC ( 3 , 4.1666667 )
EXINCENTRO CORRESPONDIENTE AL ANGULO A, EXA ( 9.0747775 , 16.956377 )
EXINCENTRO CORRESPONDIENTE AL ANGULO B, EXB (-3.0747775 , 1.645571 )
EXINCENTRO CORRESPONDIENTE AL ANGULO C, EXC ( 5.4692262 ,-2.9270411 )
CENTRO DE LA CIRCUNFERENCIA DE FEUERBACH, F ( .5 ,-.58333333 )
```

RESOLUCION DE TRIANGULOS RECTANGULOS

introducción:

Este programa permite resolver triángulos rectángulos en los siguientes casos:

1.- Conocidos un ángulo agudo y la hipotenusa.
2.- Conocidos un ángulo agudo y un cateto.
3.- Conocidos la hipotenusa y un cateto.
4.- Conocidos los dos catetos.

Los ángulos se obtienen en grados, minutos y segundos debido a la subrutina que se inicia en la linea 849.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM            R E S O L U C I O N    D E    T R I A N G U L O S
40 REM
50 REM                         R E C T A N G U L O S
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE RESOLVER TRIANGULOS RECTANGULOS"
120 PRINT
130 PRINT "1.- CONOCIDOS UN ANGULO AGUDO Y LA HIPOTENUSA"
140 PRINT "2.- CONOCIDOS UN ANGULO AGUDO Y UN CATETO"
150 PRINT "3.- CONOCIDOS LA HIPOTENUSA Y UN CATETO"
160 PRINT "4.- CONOCIDOS LOS DOS CATETOS"
170 PRINT:PRINT:PRINT
179 REM'- BORRAR PANTALLA -
180 UL$="UNIDADES LINEALES"
190 PRINT "SEGUN EL CASO QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
200 INPUT L
210 PRINT:PRINT
220 ON L GOTO  229,349,459,599
229 REM - CONOCIDOS UN ANGULO AGUDO Y LA HIPOTENUSA -
230 GOSUB 739
240 PRINT "HIPOTENUSA  a =";
250 INPUT A
260 B=A*COS(R)
270 C=A*SIN(R)
280 GOSUB 849
```

```
290 PRINT:PRINT
300 PRINT "ANGULO       B =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
310 PRINT "CATETO       b =";B;UL$
320 PRINT "CATETO       c =";C;UL$
330 GOTO 170
349 REM - CONOCIDOS UN ANGULO AGUDO Y UN CATETO -
350 GOSUB 739
360 PRINT "CATETO       b =";
370 INPUT B
380 GOSUB 849
390 PRINT :PRINT
400 PRINT "ANGULO       B =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
410 A=B/COS(R)
420 C=B*TAN(R)
430 PRINT "HIPOTENUSA   a =";A;UL$
440 PRINT "CATETO       c =";C;UL$
450 GOTO 170
459 REM - CONOCIDOS HIPOTENUSA Y UN CATETO -
460 PRINT "HIPOTENUSA   a =";
470 INPUT A
480 PRINT "CATETO       b =";
490 INPUT B
500 C=SQR(A*A-B*B)
510 PRINT:PRINT
520 PRINT "CATETO       c =";C;UL$
530 Y=ACS(B/A)
540 GOSUB 860
550 PRINT "ANGULO       C =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
560 R=Y
570 GOSUB 849
580 PRINT "ANGULO       B =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
590 GOTO 170
599 REM -CONOCIDOS LOS DOS CATETOS -
600 PRINT "CATETO       b =";
610 INPUT B
620 PRINT "CATETO       c =";
630 INPUT C
640 A=SQR(B*B+C*C)
650 Y=ATN(C/B)
660 GOSUB 860
670 PRINT:PRINT
680 PRINT "HIPOTENUSA   a =";A
690 PRINT "ANGULO       C =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
700 R=Y
710 GOSUB 849
720 PRINT "ANGULO       B =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
730 GOTO 170
739 REM - SUBRUTINA PARA PASAR A RADIANES -
740 PRINT "INTRODUZCA LOS GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS DEL ANGULO"
750 PRINT "GRADOS         =";
760 INPUT G
770 PRINT "MINUTOS        =";
780 INPUT M
790 PRINT "SEGUNDOS       =";
800 INPUT S
810 U=G+M/60+S/3600
820 V=INT(U/360)
830 R=U*.01745329-V*2*PI
840 RETURN
849 REM - SUBRUTINA PARA PASAR A GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS -
850 Y=1.570796326794-R
860 K=57.29577951
870 Z=Y*K
```

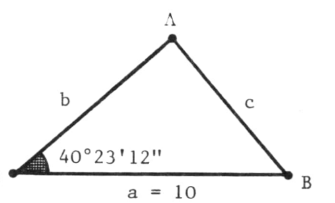
```
880 G1=INT(Z)
890 M1=INT((Z-G1)*60)
900 S1=INT(((Z-G1)*60-M1)*60)
910 G$="GRADOS,"
920 M$="MINUTOS,"
930 S$="SEGUNDOS"
940 RETURN
950 END
```

ejercicios resueltos:

1. En un triángulo rectángulo ABC, se conoce la hipotenusa a = 10 y el ángulo C = 40°23' 12". Resolver el triángulo.

S O L U C I O N :

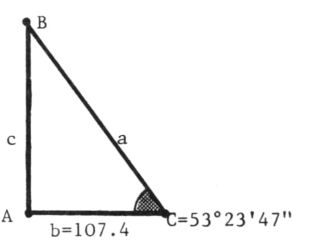
```
INTRODUZCA LOS GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS DEL ANGULO
GRADOS          =? 40
MINUTOS         =? 23
SEGUNDOS        =? 12
HIPOTENUSA   a =? 10


ANGULO       B = 49 GRADOS, 36 MINUTOS, 48 SEGUNDOS
CATETO       b = 7.6168918 UNIDADES LINEALES
CATETO       c = 6.4794259 UNIDADES LINEALES
```



2. En un triángulo rectángulo ABC, se conoce el lado b = 107.4 y el ángulo C = 53°23' 47". Resolver el triángulo.

S O L U C I O N :

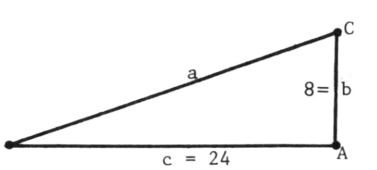
```
INTRODUZCA LOS GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS DEL ANGULO
GRADOS          =? 53
MINUTOS         =? 23
SEGUNDOS        =? 47
CATETO       b =? 107.4


ANGULO       B = 36 GRADOS, 36 MINUTOS, 13 SEGUNDOS
HIPOTENUSA   a = 180.11806 UNIDADES LINEALES
CATETO       c = 144.59514 UNIDADES LINEALES
```



3. Los catetos de un triángulo rectángulo valen b = 8 y c = 24. Resover el triángulo.

S O L U C I O N :

```
CATETO       b =? 8
CATETO       c =? 24


HIPOTENUSA   a = 25.298221
ANGULO       C = 71 GRADOS, 33 MINUTOS, 54 SEGUNDOS
ANGULO       B = 18 GRADOS, 26 MINUTOS, 5 SEGUNDOS
```



RESOLUCION DE TRIANGULOS CUALESQUIERA

introducción:

Este programa sirve para resolver triángulos no rectángulos, en los siguientes casos:

1.- Conocidos un lado y los dos ángulos adyacentes.

2.- Conocidos dos lados y el ángulo comprendido.

3.- Conocidos dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.

4.- Conocidos los tres lados.

En los casos 1° y 2°, el problema siempre tiene solución y esta es única.

En el caso 3°, puede ocurrir que tenga dos soluciones, una o ninguna.

En el caso 4°, el problema tiene solución siempre que la suma de dos lados arbitrarios sea menor que el tercero.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM          R E S O L U C I O N     D E     T R I A N G U L O S
40 REM
50 REM                        N O     R E C T A N G U L O S
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE RESOLVER TRIANGULOS NO RECTANGULOS :"
120 PRINT:PRINT
130 PRINT "CASO 1.- CONOCIDOS UN LADO Y LOS DOS ANGULOS ADYACENTES"
140 PRINT "CASO 2.- CONOCIDOS DOS LADOS Y EL ANGULO COMPRENDIDO"
150 PRINT "CASO 3.- CONOCIDOS DOS LADOS Y EL ANGULO OPUESTO A UNO DE ELLOS"
160 PRINT "CASO 4.- CONOCIDOS LOS TRES LADOS"
170 PRINT: PRINT: PRINT
179 REM - BORRAR PANTALLA -
180 UL$="UNIDADES LINEALES"
190 G$="GRADOS,":M$="MINUTOS,":S$="SEGUNDOS"
200 PRINT "SEGUN EL CASO QUE DESEE,PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
210 INPUT O
220 PRINT:PRINT
230 ON O GOTO 239,409,589,1119
239 REM - CONOCIDOS UN LADO L1 Y LOS DOS ANGULOS ADYACENTES A2,A3 -
240 PRINT "LADO                L1 =";
```

```
250 INPUT L1
260 PRINT "ANGULO A2:";
270 GOSUB 1900
280 R2=R
290 PRINT "ANGULO A3:";
300 GOSUB 1900
310 R3=R
320 R4=R2+R3
330 GOSUB 3000
340 PRINT:PRINT
350 PRINT "ANGULO A1 = ";G1;G$;M1;M$;S1;S$
360 L2=SIN(R2)*L1/SIN(Y)
370 L3=SIN(R3)*L1/SIN(Y)
380 PRINT "LADO   L2 =";L2;UL$
390 PRINT "LADO   L3 =";L3;UL$
400 GOTO 170
409 REM - CONOCIDOS DOS LADOS L1,L2 Y EL ANGULO COMPRENDIDO A3 -
410 PRINT "LADO                L1 =";
420 INPUT L1
430 PRINT "LADO                L2 =";
440 INPUT L2
450 PRINT "ANGULO A3:";
460 GOSUB 2000
470 R3=R
480 L3=SQR(L1*L1+L2*L2-2*L1*L2*COS(R3))
490 A1=ACS((L1*L1-L2*L2-L3*L3)/(-2*L2*L3))
500 Y=A1
510 GOSUB 3005
520 PRINT:PRINT
530 PRINT "LADO  L3   =";L3;UL$
540 PRINT "ANGULO  A1 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
550 R4=R3+Y
560 GOSUB 3000
570 PRINT "ANGULO  A2 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
580 GOTO 170
589 REM - CONOCIDOS DOS LADOS L1,L2 Y EL ANGULO OPUESTO A UNO DE ELLOS  A2 -
590 PRINT "LADO                L1 =";
600 INPUT L1
610 PRINT "LADO                L2 =";
620 INPUT L2
630 PRINT "ANGULO A2:";
640 GOSUB 2000
650 PRINT:PRINT:R2=R
660 IF(L1*SIN(R2)/L2)>=1 THEN GOTO 730
670 A1=ASN(L1*SIN(R2)/L2)
680 Z1=A1
690 Z2=PI-A1
700 IF Z1+R2<PI  AND Z2+R2<PI THEN GOTO 930
710 IF Z1+R2<PI  AND Z2+R2>=PI  THEN GOTO 840
720 IF Z1+R2>=PI  AND Z2+R2<PI  THEN GOTO 750
730 PRINT "EL PROBLEMA NO TIENE SOLUCION"
740 GOTO 170
750 Y=Z2
760 GOSUB 3005
770 PRINT "EL ANGULO A1 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
780 R4=R2+Z2
790 GOSUB 3000
800 PRINT "EL ANGULO A3 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
810 L3=SQR(L1*L1+L2*L2-2*L1*L2*COS(PI-R4))
820 PRINT "EL LADO   L3 =";L3;UL$
830 GOTO 170
840 Y=Z1
```

```
850 GOSUB 3005
860 PRINT "EL ANGULO A1 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
870 R4=R2+Z1
880 GOSUB 3000
890 PRINT "EL ANGULO A3 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
900 L3=SQR(L1*L1+L2*L2-2*L1*L2*COS(PI-R4))
910 PRINT "EL LADO   L3 =";L3;UL$
920 GOTO 170
930 PRINT "EL PROBLEMA TIENE DOS SOLUCIONES"
940 PRINT "SOLUCION 1 :":Y=Z2
950 GOSUB 3005
960 PRINT "EL ANGULO A1 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
970 R4=R2+Z2
980 GOSUB 3000
990 PRINT "EL ANGULO A3 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
1000 L3=SQR(L1*L1+L2*L2-2*L1*L2*COS(PI-R4))
1010 PRINT "EL LADO   L3 =";L3;UL$
1020 PRINT
1030 PRINT "SOLUCION 2 :":Y=Z1
1040 GOSUB 3005
1050 PRINT "EL ANGULO A1 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
1060 R4=R2+Z1
1070 GOSUB 3000
1080 PRINT "EL ANGULO A3 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
1090 L3=SQR(L1*L1+L2*L2-2*L1*L2*COS(PI-R4))
1100 PRINT "EL LADO   L3 =";L3;UL$
1110 GOTO 170
1119 REM - CONOCIDOS LOS TRES LADOS L1,L2,L3 -
1120 PRINT "LADO        L1 =";
1130 INPUT L1
1140 PRINT "LADO        L2 =";
1150 INPUT L2
1160 PRINT "LADO        L3 =";
1170 INPUT L3
1180 A1=ACS((-L1*L1+L2*L2+L3*L3)/(2*L2*L3))
1190 Y=A1
1200 GOSUB 3005
1210 PRINT:PRINT
1220 PRINT "ANGULO     A1 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
1230 A2=ACS(( L1*L1-L2*L2+L3*L3)/(2*L1*L3))
1240 Y=A2
1250 GOSUB 3005
1260 PRINT "ANGULO     A2 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
1270 A3=ACS(( L1*L1+L2*L2-L3*L3)/(2*L1*L2))
1280 Y=A3
1290 GOSUB 3005
1300 PRINT "ANGULO     A3 =";G1;G$;M1;M$;S1;S$
1310 GOTO 170
1320 END
1900 PI=3.1415926535897932
2000 PRINT "   GRADOS G =";
2010 INPUT G
2020 PRINT "            MINUTOS M =";
2030 INPUT M
2040 PRINT "           SEGUNDOS S =";
2050 INPUT S
2060 U=G+M/60+S/3600
2070 V=INT(U/360)
2080 R=U*.01745329-V*2*PI
2090 RETURN
3000 Y=PI-R4
3005 K=57.29577951
3010 Z=Y*K
```

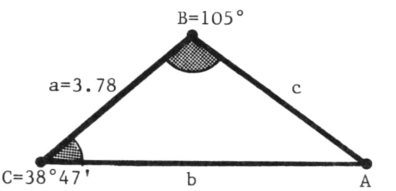
```
3020 G1=INT(Z)
3030 M1=INT((Z-G1)*60)
3040 S1=INT(((Z-G1)*60-M1)*60)
3050 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. Resolver un triángulo, tal que a = 3,78; B = 1o5° y C = 38°47'

S O L U C I O N :

```
LADO                L1 =? 3.78
ANGULO A2:    GRADOS G =? 105
             MINUTOS M =? 0
            SEGUNDOS S =? 0
ANGULO A3:    GRADOS G =? 38
             MINUTOS M =? 47
            SEGUNDOS S =? 0
```

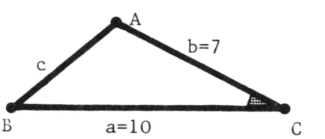



```
ANGULO A1 =  36 GRADOS, 13 MINUTOS, 0 SEGUNDOS
LADO   L2 = 6.1796692 UNIDADES LINEALES
LADO   L3 = 4.0073495 UNIDADES LINEALES
```

2. Sabiendo que a = 10, b = 7 y C = 30° . Resolver el triángulo.

S O L U C I O N :

```
LADO                L1 =? 10
LADO                L2 =? 7
ANGULO A3:    GRADOS G =? 30
             MINUTOS M =? 0
            SEGUNDOS S =? 0
```




```
LADO  L3    = 5.2684379 UNIDADES LINEALES
ANGULO  A1 = 108 GRADOS, 22 MINUTOS, 7 SEGUNDOS
ANGULO  A2 = 41 GRADOS, 37 MINUTOS, 52 SEGUNDOS
```

3. Sabiendo que a = 60, b = 40 y B = 42°12' 45". Resolver el triángulo.

S O L U C I O N :

```
LADO                L1 =? 60
LADO                L2 =? 40
ANGULO A2:    GRADOS G =? 42
             MINUTOS M =? 12
            SEGUNDOS S =? 45

EL PROBLEMA NO TIENE SOLUCION
```

CIRCUNFERENCIA

introducción:

Este programa permite determinar lo siguiente:

1.- Ecuación de la circunferencia conocidos el centro y el radio.

2.- Ecuación de la circunferencia conocidos un punto y el centro.

3.- Ecuación de la circunferencia conocidos los extremos de un diametro.

4.- Ecuación de la circunferencia conocidos el centro y una recta tangente.

5.- Ecuación de la circunferencia que pasa por tres puntos no alineados.

6.- Centro y radio de una circunferencia conocida su ecuación.

7.- Posiciones relativas de una circunferencia y una recta.

8.- Tangente y normal a una circunferencia en un punto

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM
40 REM        E S T U D I O     D E     L A     C I R C U N F E R E N C I A
50 REM
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA REALIZA LAS SIGUIENTES OPERACIONES :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- EC. DE LA CIRCUNFERENCIA CONOCIDOS EL CENTRO Y EL RADIO"
140 PRINT "2.- EC. DE LA CIRCUNFERENCIA CONOCIDOS UN PUNTO Y EL CENTRO"
150 PRINT "3.- EC. DE LA CIRCUNFERENCIA CONOCIDOS LOS EXTREMOS DE UN DIAMETRO"
160 PRINT "4.- EC.DE LA CIRCUNFERENCIA CONOCIDOS EL CENTRO Y UNA RECTA TANGENTE"
170 PRINT "5.- EC. DE LA CIRCUNFERENCIA QUE PASA POR TRES PUNTOS NO ALINEADOS"
180 PRINT "6.- CENTRO Y RADIO DE UNA CIRCUNFERENCIA CONOCIDA SU ECUACION"
190 PRINT "7.- POSICIONES RELATIVAS DE UNA CIRCUNFERENCIA Y UNA RECTA"
200 PRINT "8.- TANGENTE Y NORMAL A UNA CIRCUNFERENCIA EN UN PUNTO"
210 PRINT :PRINT
220 PRINT "SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
230 INPUT O
239 REM - BORRAR PANTALLA -
```

```
240 PRINT:PRINT:PRINT
250 ON O GOTO 259,279,349,449,519,679,809,1069
259 REM - EC. CIRCUNFERENCIA CONOCIDOS EL CENTRO Y EL RADIO -
260 GOSUB 2000
270 GOTO 210
279 REM - EC. CIRCUNFERENCIA CONOCIDOS UN PUNTO Y EL CENTRO -
280 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS A,B DEL CENTRO  C =";
290 INPUT A,B
300 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS XO,YO DE UN PUNTO  P =";
310 INPUT XO,YO
320 R=SQR((A-XO)*(A-XO)+(B-YO)*(B-YO))
330 GOSUB 2050
340 GOTO 210
349 REM - EC. CIRCUNFERENCIA CONOCIDOS LOS EXTREMOS DE UN DIAMETRO -
350 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS XO,YO DEL PUNTO  P =";
360 INPUT XO,YO
370 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1 DEL PUNTO  Q =";
380 INPUT X1,Y1
390 A=(XO+X1)/2
400 B=(YO+Y1)/2
420 R=SQR((X1-XO)*(X1-XO)+(Y1-YO)*(Y1-YO))/2
430 GOSUB 2050
440 GOTO 210
449 REM - EC. CIRCUNFERENCIA CONOCIDOS EL CENTRO Y UNA RECTA TANGENTE -
450 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS A,B DEL CENTRO  C =";
460 INPUT A,B
470 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES DE LA RECTA TANGENTE:  M X + N Y + L =0"
480 INPUT M,N,L
490 R=ABS(M*A+N*B+L)/SQR(M*M+N*N)
500 GOSUB 2050
510 GOTO 210
519 REM - EC. CIRCUNFERENCIA QUE PASA POR TRES PUNTOS P,Q, Y  S -
520 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS XO,YO  DEL PUNTO P";
530 INPUT XO,YO
540 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1  DEL PUNTO Q";
550 INPUT X1,Y1
560 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X2,Y2  DEL PUNTO S";
570 INPUT X2,Y2
580 D=(X1-XO)*(Y2-YO)-(X2-XO)*(Y1-YO)
590 G=(Y2-YO)*(X1*X1+Y1*Y1-XO*XO-YO*YO)-(Y1-YO)*(X2*X2+Y2*Y2-XO*XO-YO*YO)
600 H=(X2-XO)*(X1*X1+Y1*Y1-XO*XO-YO*YO)-(X1-XO)*(X2*X2+Y2*Y2-XO*XO-YO*YO)
610 K1=Y2*X1*(XO*XO+YO*YO)+XO*Y1*(X2*X2+Y2*Y2)+YO*X2*(X1*X1+Y1*Y1)
620 K2=YO*X1*(X2*X2+Y2*Y2)+XO*Y2*(X1*X1+Y1*Y1)+X2*Y1*(XO*XO+YO*YO)
630 K=K2-K1
640 PRINT
650 PRINT "LA ECUACION DE LA CIRCUNFERENCIA QUE PASA POR LOS TRES PUNTOS ES :"
660 PRINT D;"X^2 +";D;"Y^2 -";G;"X +";H;"Y + ";K;" = O"
670 GOTO 210
679 REM - CENTRO Y RADIO DE UNA CIRCUNFERENCIA CONOCIDA SU ECUACION -
680 PRINT "SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION: D X^2 + F Y^2 + G X + H Y + K = O"
690 PRINT "INTRODUZCA D,F,G,H,K";
700 INPUT D,F,G,H,K
710 IF D<>F OR (G*G+H*H-4*D*K)<=0  THEN GOTO 790
720 A=-G/(2*D)
730 B=-H/(2*D)
740 R=SQR(G*G+H*H-4*D*K)/(2*D)
750 PRINT
760 PRINT "COORDENADAS DEL CENTRO  C (";A;",";B;")"
770 PRINT "VALOR DEL RADIO          R =";R
780 GOTO 210
790 PRINT "LOS COEFICIENTES DADOS NO SON DE UNA CIRCUNFERENCIA"
800 GOTO 210
809 REM - POSICIONES RELATIVAS DE UNA CIRCUNFERENCIA Y UNA RECTA -
```

```
810 PRINT "SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION: D X^2 + F Y^2 + G X + H Y + K = 0"
820 PRINT "INTRODUZCA D,F,G,H,K";
830 INPUT D,F,G,H,K
840 PRINT "Y LA RECTA DE ECUACION :  M X + N Y + L =0"
850 PRINT "INTRODUZCA M,N,L";
860 INPUT M,N,L
870 IF D<>F OR (G*G+H*H-4*D*K)<=0  THEN GOTO 1040
880 U=D+F*M*M/(N*N)
890 V=(2*F*M*L+G*N*N-H*M*N)/(N*N)
900 W=(L*L*F-H*L*N+K*N*N)/(N*N)
910 PRINT
920 J=V*V-4*U*W
930 IF J>0 THEN GOTO 1000
940 IF J=0 THEN GOTO 970
950 PRINT "LA RECTA ES EXTERIOR A LA CIRCUNFERENCIA"
960 GOTO 210
970 X=(-V)/(2*U):Y=(-M*V+2*L*U)/(-2*U*N)
980 PRINT "LA RECTA ES TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA EN (";X;",";Y;")"
990 GOTO 210
1000 X1=(-V+SQR(J))/(2*U): Y1=(M*X1+L)/(-N)
1010 X2=(-V-SQR(J))/(2*U): Y2=(M*X2+L)/(-N)
1020 PRINT "LA RECTA ES SECANTE A LA CIRCUNFERENCIA EN LOS PUNTOS"
1030 PRINT "(";X1;",";Y1;")     Y     (";X2;",";Y2;")"
1040 GOTO 210
1050 PRINT "LOS COEFICIENTES DADOS NO SON DE UNA CIRCUNFERENCIA"
1060 GOTO 210
1069 REM -ECS. DE LA TANGENTE Y LA NORMAL A UNA CIRCUNFERENCIA EN UN PUNTO -
1070 PRINT "SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION: D X^2 + F Y^2 + G X + H Y + K = 0
"
1080 PRINT "INTRODUZCA D,F,G,H,K";
1090 INPUT D,F,G,H,K
1100 PRINT "COORDENADAS DEL PUNTO P QUE PERTENECE A LA CIRCUNFERENCIA";
1110 INPUT XO,YO
1120 U=(D*XO+G/2)
1130 V=(YO*F+H/2)
1140 W=(XO*G+YO*H+2*K)/2
1150 PRINT
1160 PRINT "LA TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA EN (";XO;",";YO;")  ES :"
1170 PRINT U;"X +";V;"Y +";W;" = 0"
1180 PRINT
1190 PRINT "LA NORMAL   A LA CIRCUNFERENCIA EN (";XO;",";YO;")  ES :"
1200 PRINT V;"X +";U;"Y +";U*YO-V*XO;" = 0"
1210 GOTO 210
1220 END
2000 REM - SUBRUTINA PARA CALCULAR LA EC. DE UNA CIRCUNFERENCIA -
2010 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS A,B DEL CENTRO  C =";
2020 INPUT A,B
2030 PRINT "INTRODUZCA EL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA   R =";
2040 INPUT R
2050 PRINT
2060 PRINT"LA ECUACION DE LA CIRCUNFERENCIA ES :";
2070 PRINT "X^2 +Y^2 -";2*A;"X -";2*B;"Y +";A*A+B*B-R*R;" = 0"
2080 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar la ecuación de la circunferencia, de centro el punto C(1,2) sabiendo que pasa por el punto (-1,-2).

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS A,B DEL CENTRO  C =? 1          2
INTRODUZCA LAS COORDENADAS XO,YO DE UN PUNTO  P =?-1      -2

LA ECUACION DE LA CIRCUNFERENCIA ES :X^2 +Y^2 - 2 X - 4 Y +-15  = 0
```

2. Hallar la ecuación de la circunferencia de centro el punto C(3,2) que es tangente a la recta 3x+4y+2 = 0.

SOLUCION :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS A,B DEL CENTRO  C =? 3          2
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES DE LA RECTA TANGENTE:  M X + N Y + L =0
? 3       4        2

LA ECUACION DE LA CIRCUNFERENCIA ES :X^2 +Y^2 - 6 X - 4 Y +-1.44  = 0
```

3. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A(1,0),B(1,-4) y C(3,-2).

SOLUCION :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS XO,YO  DEL PUNTO P? 1          0
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1  DEL PUNTO Q? 1         -4
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X2,Y2  DEL PUNTO S? 3         -2

LA ECUACION DE LA CIRCUNFERENCIA QUE PASA POR LOS TRES PUNTOS ES :
 8 X^2 + 8 Y^2 - 16 X + 32 Y +  8  = 0
```

4. Hallar los puntos de intersección de la recta x+2y-3=0 con la circunferencia $x^2+y^2-3x+4y-3=0$

SOLUCION :

```
SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION: D X^2 + F Y^2 + G X + H Y + K = 0
INTRODUZCA D,F,G,H,K? 1          1       -3        4       -3
Y LA RECTA DE ECUACION :  M X + N Y + L =0
INTRODUZCA M,N,L? 1       2       -3

LA RECTA ES SECANTE A LA CIRCUNFERENCIA EN LOS PUNTOS
( 4.2 ,-.6 )    Y    ( 1 , 1 )
```

5. Hallar la ecuación de la tangente y la normal a la circunferencia $x^2+y^2-4x+6y-3=0$ en el punto P(2,1)

SOLUCION :

```
SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION: D X^2 + F Y^2 + G X + H Y + K = 0
INTRODUZCA D,F,G,H,K? 1          1       -4        6       -3
COORDENADAS DEL PUNTO P QUE PERTENECE A LA CIRCUNFERENCIA? 2      1

LA TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA EN ( 2 , 1 )  ES :
 0 X + 4 Y +-4  = 0

LA NORMAL   A LA CIRCUNFERENCIA EN ( 2 , 1 )  ES :
 4 X + 0 Y +-8  = 0
```

POTENCIA DE UN PUNTO RESPECTO DE UNA CIRCUNFERENCIA

introducción:

El presente programa permite calcular:

1.- La potencia de un punto respecto de una circunferencia.

2.- El eje radical de dos circunferencias.

3.- El centro radical de tres circunferencias.

Al calcular la potencia de un punto respecto de la circunferencia el programa clasifica los puntos del plano como interiores, exteriores o pertenecientes a la circunferencia.

Al realizar el cálculo del eje radical, si las circunferencias son concéntricas, el programa informa de este hecho, pues en ese caso no esta definido el eje radical.

Análogamente para el centro radical, en el caso de que las tres circunferencias tengan los centros alineados.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM          P O T E N C I A   D E   U N   P U N T O   R E S P E C T O
40 REM
50 REM                  D E   U N A   C I R C U N F E R E N C I A
60 REM
70 REM               E J E   Y   C E N T R O   R A D I C A L
80 REM
90 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA REALIZA LAS SIGUIENTES OPERACIONES :"
120 PRINT "1.- POTENCIA DE UN PUNTO RESPECTO DE UNA CIRCUNFERENCIA"
130 PRINT "2.- EJE RADICAL DE DOS CIRCUNFERENCIAS"
140 PRINT "3.- CENTRO RADICAL DE DOS CIRCUNFERENCIAS"
150 PRINT:PRINT
160 PRINT "SEGUN LA OPCION QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
170 INPUT O
179 REM - BORRAR PANTALLA -
180 PRINT:PRINT:PRINT
190 ON O GOTO 199,369,539
199 REM - POTENCIA DE UN PUNTO RESPECTO DE UNA CIRCUNFERENCIA -
```

```
200 PRINT "SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D X^2 + F Y^2 + G X + H Y + K = 0"
210 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D,F,G,H,K";
220 INPUT D,F,G,H,K
230 PRINT "COORDENADAS XO,YO  DEL PUNTO  P =";
240 INPUT XO,YO
250 PRINT
260 Z=D*XO*XO+F*YO*YO+G*XO+H*YO+K
270 PRINT "LA POTENCIA DE P(";XO;",";YO;") RESPECTO DE LA CIRCUNFERENCIA ES =";Z
280 PRINT
290 IF Z>0 THEN GOTO 350
300 IF Z=0 THEN GOTO 330
310 PRINT "EL PUNTO P ES INTERIOR A LA CIRCUNFERENCIA"
320 GOTO 150
330 PRINT "EL PUNTO P PERTENECE A LA CIRCUNFERENCIA"
340 GOTO 150
350 PRINT "EL PUNTO P ES EXTERIOR A LA CIRCUNFERENCIA"
360 GOTO 150
369 REM - CALCULO DEL EJE RADICAL DE DOS CIRCUNFERENCIAS -
370 PRINT "SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D1X^2 + F1Y^2 + G1X + H1Y + K1 = 0"
380 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D1,F1,G1,H1,K1";
390 INPUT D1,F1,G1,H1,K1
400 PRINT
410 PRINT "Y   LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D2X^2 + F2Y^2 + G2X + H2Y + K2 = 0"
420 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D2,F2,G2,H2,K2";
430 INPUT D2,F2,G2,H2,K2
440 PRINT:PRINT
450 A=(D2*G1-G2*D1)/D1
460 B=(D2*H1-H2*D1)/D1
470 C=(D2*K1-K2*D1)/D1
480 IF A=0 AND B=0 THEN GOTO 520
490 PRINT "EL EJE RADICAL DE LAS DOS CIRCUNFERENCIAS ES :"
500 PRINT A;"X +";B;"Y +";C;" = 0"
510 GOTO 150
520 PRINT "NO HAY EJE RADICAL POR SER LAS CIRCUNFERENCIAS CONCENTRICAS"
530 GOTO 150
539 REM - CALCULO DEL CENTRO RADICAL DE DOS CIRCUNFERENCIAS -
540 PRINT "SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D1X^2 + F1Y^2 + G1X + H1Y + K1 = 0"
550 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D1,F1,G1,H1,K1";
560 INPUT D1,F1,G1,H1,K1
570 PRINT
580 PRINT "Y   LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D2X^2 + F2Y^2 + G2X + H2Y + K2 = 0"
590 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D2,F2,G2,H2,K2";
600 INPUT D2,F2,G2,H2,K2
610 PRINT
620 PRINT "Y   LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D3X^2 + F3Y^2 + G3X + H3Y + K3 = 0"
630 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D3,F3,G3,H3,K3";
640 INPUT D3,F3,G3,H3,K3
650 PRINT:PRINT
660 A1=(D2*G1-G2*D1)/D1
670 B1=(D2*H1-H2*D1)/D1
680 C1=(D2*K1-K2*D1)/D1
690 A2=(D3*G1-G3*D1)/D1
700 B2=(D3*H1-H3*D1)/D1
710 C2=(D3*K1-K3*D1)/D1
720 IF A1=0 AND B1=0 THEN GOTO 820
730 IF A2=0 AND B2=0 THEN GOTO 820
740 D=A1*B2-A2*B1
750 IF D=0 THEN GOTO 800
760 X3=(C2*B1-C1*B2)/D
770 Y3=(A2*C1-A1*C2)/D
780 PRINT "EL CENTRO RADICAL DE LAS TRES CIRCUNFERENCIAS ES C(";X3;",";Y3;")"
790 GOTO 150
```

```
800 PRINT "NO HAY CENTRO RADICAL POR ESTAR LOS CENTROS DE LAS CIRC. ALINEADOS"
810 GOTO 150
820 PRINT "NO HAY CENTRO RADICAL POR SER AL MENOS DOS CIRC. CONCENTRICAS"
830 GOTO150
840 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el eje radical de las circunferencias:

$$x^2 + y^2 + 7x - 3y + 4 = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 + 8x - 4y + 2 = 0$$

SOLUCION :

```
SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D1X^2 + F1Y^2 + G1X + H1Y + K1 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D1,F1,G1,H1,K1? 1     1        7       -3        4

Y   LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D2X^2 + F2Y^2 + G2X + H2Y + K2 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D2,F2,G2,H2,K2? 2     2        8       -4        2


EL EJE RADICAL DE LAS DOS CIRCUNFERENCIAS ES :
 6 X +-2 Y + 6  = 0
```

2. Hallar el centro radical de las circunferencias:

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x \qquad = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y - 16 = 0$$

SOLUCION :

```
SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D1X^2 + F1Y^2 + G1X + H1Y + K1 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D1,F1,G1,H1,K1? 1     1        2       -4        0

Y   LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D2X^2 + F2Y^2 + G2X + H2Y + K2 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D2,F2,G2,H2,K2? 1     1       -2        0        0

Y   LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D3X^2 + F3Y^2 + G3X + H3Y + K3 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D3,F3,G3,H3,K3? 1     1        2       -6      -16


EL CENTRO RADICAL DE LAS TRES CIRCUNFERENCIAS ES C(-8 ,-8 )
```

3. Calcular la potencia del punto (2,3) respecto de la circunferencia $x^2+y^2-2y-1=0$.

SOLUCION :

```
SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION:D X^2 + F Y^2 + G X + H Y + K = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES D,F,G,H,K? 1          1        0       -2       -1
COORDENADAS XO,YO  DEL PUNTO  P =? 2      3

LA POTENCIA DE P( 2 , 3 ) RESPECTO DE LA CIRCUNFERENCIA ES = 6

EL PUNTO P ES EXTERIOR A LA CIRCUNFERENCIA
```

ELIPSE

introducción:

Este programa permite hacer un estudio elemental de la elipse conocida su ecuación en forma reducida.

Al ejecutar el programa se obtiene el eje mayor, el eje menor, la distancia focal, los vértices, los focos, la excentricidad y el área.

Si se introducen las coordenadas de un punto de la elipse, el programa calcula las ecuaciones de la tangente y la normal a la elipse en ese punto.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM            E S T U D I O    E L E M E N T A L     D E     L A
40 REM
50 REM            E L I P S E    E N    F O R M A    R E D U C I D A
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LO SIGUIENTE:"
120 PRINT
130 PRINT "1.- ELEMENTOS DE UNA ELIPSE REDUCIDA"
140 PRINT "2.- TANGENTE Y NORMAL A UNA ELIPSE EN UNO DE SUS PUNTOS"
150 PRINT
160 PRINT
170 PRINT "LA ECUACION REDUCIDA DE LA ELIPSE PUEDE SER DE LA FORMA "
180 PRINT
190 PRINT "1.-      X^2/A^2  +  Y^2/B^2  = 1"
200 PRINT "2.-      G X^2 + H Y^2 = I"
210 PRINT
220 PRINT "SEGUN LA FORMA DE LA ECUACION PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
230 INPUT O
240 IF O=1 THEN GOTO 280
250 PRINT "INTRODUZCA LOS VALORES DE G,H,I";
260 INPUT G,H,I
270 A=SQR(I/G) :B=SQR(I/H):GOTO 300
280 PRINT "INTRODUZCA LOS VALORES DE A, B";
290 INPUT A,B
300 C=SQR(A*A-B*B)
310 PRINT
```

```
320 PRINT
330 PRINT "EJE MAYOR          2 A =";2*A
340 PRINT "EJE MENOR          2 B =";2*B
350 PRINT "DISTANCIA FOCAL    2 C =";2*C
360 PRINT "VERTICES  A (";A;",0),   A' (";-A;",0),  B (0,";B;"),  B' (0,";-B;")"
370 PRINT "FOCOS     F (";C;",0),   F' (";-C;",0)"
380 PRINT "EXCENTRICIDAD        E =";C/A
390 PRINT "AREA DE LA ELIPSE    S =";PI*A*B
400 PRINT :PRINT
409 REM - EC. TANGENTE Y NORMAL A LA ELIPSE EN UN PUNTO -
410 PRINT "PARA CALCULAR LA TANG.Y LA NORMAL A LA ELIPSE EN UNO DE SUS PUNTOS"
420 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P(XO,YO)";
430 INPUT XO,YO
440 M=XO*B*B
450 N=YO*A*A
455 L=B*B*XO*XO+A*A*YO*YO
460 PRINT
470 PRINT "LA EC. DE LA TANGENTE A LA ELIPSE EN EL PUNTO P(";XO;",";YO;")  ES :"
480 PRINT    M;"X +";N;" Y = ";L
490 U=YO*A*A
500 V=-XO*B*B
510 W=(B*B-A*A)*XO*YO
520 PRINT
530 PRINT "LA EC. DE LA NORMAL   A LA ELIPSE EN EL PUNTO P(";XO;",";YO;")  ES :"
540 PRINT    U;"X +";V;" Y = ";-W
550 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dada la elipse de ecuación: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$

Calcular el eje mayor, el eje menor, la distancia focal, los vértices, los focos, la excentricidad, el área , la tangente y la normal en el punto (3,2.4)

S O L U C I O N :

```
LA ECUACION REDUCIDA DE LA ELIPSE PUEDE SER DE LA FORMA

1.-     X^2/A^2  +  Y^2/B^2  = 1
2.-     G X^2 + H Y^2 = I

SEGUN LA FORMA DE LA ECUACION PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 1
INTRODUZCA LOS VALORES DE A, B? 5        3


EJE MAYOR          2 A = 10
EJE MENOR          2 B = 6
DISTANCIA FOCAL    2 C = 8
VERTICES  A ( 5 ,0),   A' (-5 ,0),  B (0, 3 ),  B' (0,-3 )
FOCOS     F ( 4 ,0),   F' (-4 ,0)
EXCENTRICIDAD        E = .8
AREA DE LA ELIPSE    S = 47.12389


PARA CALCULAR LA TANG.Y LA NORMAL A LA ELIPSE EN UNO DE SUS PUNTOS
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P(XO,YO)? 3         2.4

LA EC. DE LA TANGENTE A LA ELIPSE EN EL PUNTO P( 3 , 2.4 )  ES :
 27 X + 60  Y =  225
```

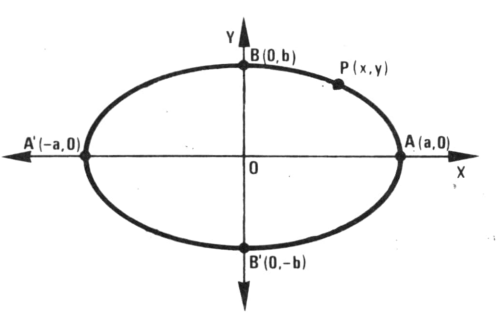
```
LA EC. DE LA NORMAL   A LA ELIPSE EN EL PUNTO P( 3 , 2.4 )  ES :
 60 X +-27  Y =  115.2
```

2. Dada la elipse de ecuación $25x^2 + 100y^2 = 2500$.

Calcular el eje mayor, el eje menor, la distancia focal, los vertices, los focos, la excentricidad, el área , las ecuaciones de la tangente y la normal en el punto (8,-3).

S O L U C I O N :

```
LA ECUACION REDUCIDA DE LA ELIPSE PUEDE SER DE LA FORMA

1.-      X^2/A^2  +  Y^2/B^2  = 1
2.-      G X^2 + H Y^2 = I

SEGUN LA FORMA DE LA ECUACION PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 2
INTRODUZCA LOS VALORES DE G,H,I? 25       100      2500


EJE MAYOR           2 A = 20
EJE MENOR           2 B = 10
DISTANCIA FOCAL     2 C = 17.320508
VERTICES  A ( 10 ,0),   A' (-10 ,0),  B (0, 5 ),  B' (0,-5 )
FOCOS     F ( 8.660254 ,0),   F' (-8.660254 ,0)
EXCENTRICIDAD        E = .8660254
AREA DE LA ELIPSE    S = 157.07963


PARA CALCULAR LA TANG.Y LA NORMAL A LA ELIPSE EN UNO DE SUS PUNTOS
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P(XO,YO)? 8            -3

LA EC. DE LA TANGENTE A LA ELIPSE EN EL PUNTO P(8,-3)  ES :
 200 X +-300 Y = 2500

LA EC. DE LA NORMAL   A LA ELIPSE EN EL PUNTO P(8,-3)  ES :
-300 X +-200 Y = -1800
```



HIPERBOLA

introducción:

Este programa permite hacer un estudio elemental de la hipérbola conocida su ecuación en forma reducida.

Al ejecutar el programa se obtiene el eje transverso, el eje no transverso, la distancia focal,los vértices, los focos, la excentricidad y las ecuaciones de las asíntotas.

Si se introduce las coordenadas de un punto de la hipérbola, el programa calcula las ecuaciones de la tangente y la normal a la hipérbola en ese punto.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM            E S T U D I O    E L E M E N T A L    D E    L A
40 REM
50 REM         H I P E R B O L A    E N    F O R M A    R E D U C I D A
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LO SIGUIENTE:"
120 PRINT
130 PRINT "1.- ELEMENTOS DE UNA HIPERBOLA REDUCIDA"
140 PRINT "2.- TANGENTE Y NORMAL A UNA HIPERBOLA EN UNO DE SUS PUNTOS"
150 PRINT
160 PRINT
170 PRINT "LA ECUACION REDUCIDA DE LA HIPERBOLA PUEDE SER DE LA FORMA "
180 PRINT
190 PRINT "1.-      X^2/A^2  -  Y^2/B^2  = 1"
200 PRINT "2.-      G X^2 - H Y^2 = I"
210 PRINT
220 PRINT "SEGUN LA FORMA DE LA ECUACION PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
230 INPUT O
240 IF O=1 THEN GOTO 280
250 PRINT "INTRODUZCA LOS VALORES DE G,H,I";
260 INPUT G,H,I
270 A=SQR(I/G) :B=SQR(I/H):GOTO 300
280 PRINT "INTRODUZCA LOS VALORES DE A, B";
290 INPUT A,B
300 C=SQR(A*A+B*B)
```

```
310 PRINT
320 PRINT
330 PRINT "EJE TRASVERSO      2 A =";2*A
340 PRINT "EJE NO TRANSVERSO 2 B =";2*B
350 PRINT "DISTANCIA FOCAL   2 C =";2*C
360 PRINT "VERTICES  A (";A;",0),   A' (";-A;",0)"
370 PRINT "FOCOS     F (";C;",0),   F' (";-C;",0)"
380 PRINT "EXCENTRICIDAD        E =";C/A
390 PRINT "ECUACIONES ASINTOTAS :  Y =";B/A;"X       Y =";-B/A;"X"
400 PRINT :PRINT
409 REM - EC. TANGENTE Y NORMAL A LA HIPERBOLA EN UN PUNTO -
410 PRINT "PARA CALCULAR LA TANG.Y LA NORMAL A LA HIPERB. EN UNO DE SUS PUNTOS"
420 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P(XO,YO)";
430 INPUT XO,YO
440 M=XO*B*B
450 N=-YO*A*A
455 L=-B*B*XO*XO+A*A*YO*YO
460 PRINT
470 PRINT "LA EC. DE LA TANGENTE A LA HIPERB. EN EL PUNTO P(";XO;",";YO;")  ES:"
480 PRINT    M;"X +";N;" Y = ";-L
490 U=-YO*A*A
500 V=-XO*B*B
510 W=(B*B+A*A)*XO*YO
520 PRINT
530 PRINT "LA EC. DE LA NORMAL  A LA HIPERB. EN EL PUNTO P(";XO;",";YO;")  ES :"
540 PRINT    U;"X +";V;" Y = ";-W
550 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dada la hipérbola $2x^2-y^2=7$. Hallar el eje transverso, el no transverso, la distancia focal, los vértices, los focos, la excentricidad, las asíntotas y las ecuaciones de la tangente y la normal a la hipérbola en el punto (2,1).

S O L U C I O N :

```
LA ECUACION REDUCIDA DE LA HIPERBOLA PUEDE SER DE LA FORMA

1.-      X^2/A^2  -  Y^2/B^2  = 1
2.-      G X^2 - H Y^2 = I

SEGUN LA FORMA DE LA ECUACION PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 2
INTRODUZCA LOS VALORES DE G,H,I? 2        1        7


EJE TRASVERSO      2 A = 3.7416574
EJE NO TRANSVERSO 2 B = 5.2915026
DISTANCIA FOCAL   2 C = 6.4807407
VERTICES  A ( 1.8708287 ,0),   A' (-1.8708287 ,0)
FOCOS     F ( 3.2403703 ,0),   F' (-3.2403703 ,0)
EXCENTRICIDAD        E = 1.7320508
ECUACIONES ASINTOTAS :  Y = 1.4142136 X       Y =-1.4142136 X


PARA CALCULAR LA TANG.Y LA NORMAL A LA HIPERB. EN UNO DE SUS PUNTOS
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P(XO,YO)? 2          1

LA EC. DE LA TANGENTE A LA HIPERB. EN EL PUNTO P( 2 , 1 )  ES:
 14 X +-3.5  Y =  24.5
```

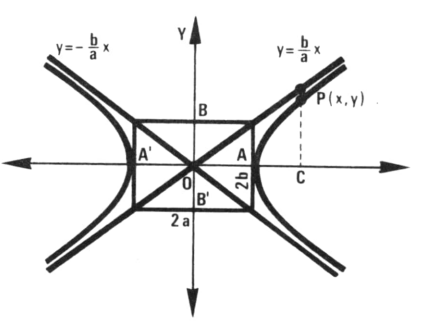
```
LA EC. DE LA NORMAL  A LA HIPERB. EN EL PUNTO P( 2 , 1 )  ES :
-3.5 X +-14  Y = -21
```

2. Dada la hipérbola $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

Calcular el eje transverso, el eje no transverso, la distancia focal, los vértices, los focos, la excentricidad, las asíntotas, las ecuaciones de la tangente y la normal en el punto (5, 16/3).

S O L U C I O N :

```
LA ECUACION REDUCIDA DE LA HIPERBOLA PUEDE SER DE LA FORMA

1.-      X^2/A^2  -  Y^2/B^2  = 1
2.-      G X^2 - H Y^2 = I

SEGUN LA FORMA DE LA ECUACION PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 1
INTRODUZCA LOS VALORES DE A, B? 3        4


EJE TRASVERSO      2 A = 6
EJE NO TRANSVERSO 2 B = 8
DISTANCIA FOCAL    2 C = 10
VERTICES  A ( 3 ,0),   A' (-3 ,0)
FOCOS     F ( 5 ,0),   F' (-5 ,0)
EXCENTRICIDAD        E = 1.6666667

ECUACIONES ASINTOTAS :  Y = 1.3333333 X       Y =-1.3333333 X


PARA CALCULAR LA TANG.Y LA NORMAL A LA HIPERB. EN UNO DE SUS PUNTOS
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P(XO,YO)? 5          5.3333333

LA EC. DE LA TANGENTE A LA HIPERB. EN EL PUNTO P( 5 , 5.3333333 )  ES:
 80 X +-48  Y =  144

LA EC. DE LA NORMAL  A LA HIPERB. EN EL PUNTO P( 5 , 5.3333333 )  ES :
-48 X +-80  Y = -666.66667
```



PARABOLA

introducción:

El presente programa permite hacer un estudio elemental de la parábola de la forma $y = ax^2 + bx + c$.

Al ejecutar el programa se obtiene el vértice, el foco, el eje, la directriz, los puntos de corte con los ejes y la concavidad.

Si se introduce la abcisa de un punto de la parábola, el programa calcula las ecuaciones de la tangente y la normal a la parábola en ese punto.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM                    E S T U D I O     E L E M E N T A L
40 REM
50 REM                     D E      L A      P A R A B O L A
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "LA ECUACION REDUCIDA DE LA PARABOLA ES :";
120 PRINT " Y = A X^2 + B X + C"
130 PRINT
140 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C";
150 INPUT A,B,C
160 PRINT
170 PRINT
180 X1=-B/(2*A)
190 Y1=A*X1*X1+B*X1+C
200 YF=Y1+1/(4*A)
210 D=Y1-1/(4*A)
220 PRINT "VERTICE DE LA PARABOLA          V (";X1;",";Y1;")"
230 PRINT "FOCO DE LA PARABOLA             F (";X1;",";YF;")"
240 PRINT "EJE DE LA PARABOLA              X =";X1
250 PRINT "DIRECTRIZ DE LA PARABOLA        Y =";D
260 E=B*B-4*A*C
270 IF E<0 THEN GOTO 400
280 IF E=0 THEN GOTO 380
290 X2=(-B+SQR(E))/(2*A)
300 Y2=A*X2*X2+B*X2+C
310 X3=(-B-SQR(E))/(2*A)
320 Y3=A*X3*X3+B*X3+C
```

```
330 PRINT "LA PARABOLA CORTA AL EJE X EN LOS PUNTOS :"
340 PRINT "(";X2;",";0;") ,     (";X3;",";0;")"
350 GOTO 410
360 X2=-B/(2*A)
370 Y2=A*X2*X2+B*X2+C
380 PRINT "LA PARABOLA CORTA AL EJE X EN EL PUNTO   (";X2;",";Y2;")"
390 GOTO 410
400 PRINT "LA PARABOLA NO CORTA AL EJE X "
410 PRINT "LA PARABOLA CORTA AL EJE Y EN EL PUNTO  (0,";C;")"
420 IF A>0 THEN GOTO 450
430 PRINT "LA PARABOLA ES CONCAVA"
440 GOTO 460
450 PRINT "LA PARABOLA ES CONVEXA"
460 PRINT
470 PRINT"PARA CALCULAR LA TANG.Y NORMAL A LA PARABOLA EN UNO DE SUS PUNTOS"
480 PRINT"INTRODUZCA LA ABSCISA XO DEL PUNTO  P,   XO =";
490 INPUT XO
500 YO=A*XO*XO+B*XO+C
510 M=2*A*XO+B
520 PRINT
530 PRINT "LA EC. DE LA TANGENTE A LA PARABOLA EN EL PUNTO (";XO;",";YO;")  ES:"
540 PRINT  M;"X - Y +";YO-M*XO;" = 0"
550 PRINT
560 PRINT "LA EC. DE LA NORMAL   A LA PARABOLA EN EL PUNTO (";XO;",";YO;")  ES:"
570 PRINT -1/M;"X - Y +";(M*YO+XO)/M;" = 0"
580 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dada la parábola $y = 2x^2-8x+5$. Hallar el vértice, el foco, el eje la directriz, los puntos de corte con los ejes, la concavidad, la tangente y normal en el punto de abscisa $x = 1$.

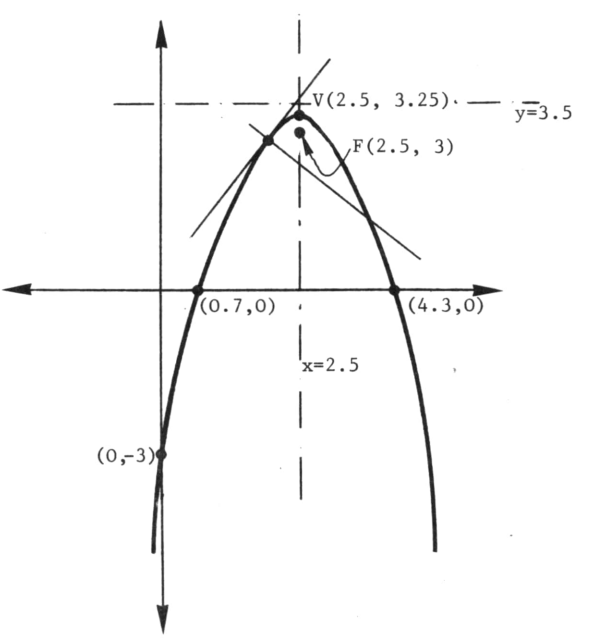
S O L U C I O N :

```
LA ECUACION REDUCIDA DE LA PARABOLA ES : Y = A X^2 + B X + C

INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C? 2    -8       5


VERTICE DE LA PARABOLA          V ( 2 ,-3 )
FOCO DE LA PARABOLA             F ( 2 ,-2.875 )
EJE DE LA PARABOLA              X = 2
DIRECTRIZ DE LA PARABOLA        Y =-3.125
LA PARABOLA CORTA AL EJE X EN LOS PUNTOS :
( 3.2247449 , 0 ) ,     ( .77525513 , 0 )
LA PARABOLA CORTA AL EJE Y EN EL PUNTO  (0, 5 )
LA PARABOLA ES CONVEXA

PARA CALCULAR LA TANG.Y NORMAL A LA PARABOLA EN UNO DE SUS PUNTOS
INTRODUZCA LA ABSCISA XO DEL PUNTO  P,   XO =? 1

LA EC. DE LA TANGENTE A LA PARABOLA EN EL PUNTO ( 1 ,-1 )  ES:
-4 X - Y + 3  = 0

LA EC. DE LA NORMAL   A LA PARABOLA EN EL PUNTO ( 1 ,-1 )  ES:
 .25 X - Y +-1.25  = 0
```

2. Dada la parabola $y = -x^2+5x-3$. Hallar el vertice, el foco, el eje, la directriz, los puntos de corte con los ejes, la concavidad , la tangente y normal en el punto de abscisa $x = 2$.

SOLUCION :

```
LA ECUACION REDUCIDA DE LA PARABOLA ES : Y = A X^2 + B X + C

INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C?-1      5       -3


VERTICE DE LA PARABOLA          V ( 2.5 , 3.25 )
FOCO DE LA PARABOLA             F ( 2.5 , 3 )
EJE DE LA PARABOLA              X = 2.5
DIRECTRIZ DE LA PARABOLA        Y = 3.5
LA PARABOLA CORTA AL EJE X EN LOS PUNTOS :
( .69722436 , 0 ) ,    ( 4.3027756 , 0 )
LA PARABOLA CORTA AL EJE Y EN EL PUNTO  (0,-3 )
LA PARABOLA ES CONCAVA

PARA CALCULAR LA TANG.Y NORMAL A LA PARABOLA EN UNO DE SUS PUNTOS
INTRODUZCA LA ABSCISA XO DEL PUNTO  P,    XO =? 2

LA EC. DE LA TANGENTE A LA PARABOLA EN EL PUNTO ( 2 , 3 )  ES:
 1 X - Y + 1  = 0

LA EC. DE LA NORMAL   A LA PARABOLA EN EL PUNTO ( 2 , 3 )  ES:
-1 X - Y + 5  = 0
```



CLASIFICACION Y REDUCION DE CONICAS

introducción:

Este programa permite clasificar y reducir una cónica general de la forma $Ax^2+By^2+Cxy+Dx+Ey+F=0$

Para la clasificación y posterior reducción, el programa calcula los invariantes: cúbico I3, cuadrático I2, y lineal I1.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM            C L A S I F I C A C I O N   Y   R E D U C I O N
40 REM
50 REM                          D E    C O N I C A S
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "LA ECUACION GENERAL DE UNA CONICA ES :"
120 PRINT
130 PRINT "A X^2 + B Y^2 + C X Y + D X + E Y + F = 0"
140 PRINT
150 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C,D,E,F";
160 INPUT A,B,C,D,E,F
169 REM - CALCULO DE LOS INVARIANTES -
170 I3=A*B*F+C*E*D/4-(B*D*D+C*C*F+E*E*A)/4
180 I2=A*B-C*C/4
190 I1=A+B
200 J1=B*F-E*E/4
210 J2=A*F-D*D/4
220 PRINT:PRINT
230 CR$="CONICA REGULAR :"
240 CD$="CONICA DEGENERADA :"
250 RI$="PAR DE RECTAS IMAGINARIAS"
260 RR$="PAR DE RECTAS REALES"
270 IF I3=0 THEN GOTO 390
280 IF I2>0 AND I1*I3>0 THEN GOTO 370
290 IF I2>0 AND I1*I3<0 THEN GOTO 350
300 IF I2<0 THEN GOTO 330
310 PRINT CR$;"  PARABOLA"
320 GOTO 580
330 PRINT CR$;"  HIPERBOLA"
```

```
340 GOTO 530
350 PRINT CR$;"  ELIPSE REAL"
360 GOTO 530
370 PRINT CR$;"  ELIPSE IMAGINARIA"
380 GOTO 530
390 IF I2=0 THEN GOTO 450
400 IF I2>0 THEN GOTO 430
410 PRINT CD$;" ";RR$; "  SECANTES"
420 GOTO 630
430 PRINT CD$;" ";RI$; "  CONJUGADAS","SE CORTAN EN UN PUNTO REAL"
440 GOTO 670
450 IF J1>0 OR J2>0 THEN GOTO 510
460 IF J1<0 OR J2<0 THEN GOTO 490
470 PRINT CD$; ", RECTA REAL DOBLE"
480 GOTO 740
490 PRINT RR$; "  PARALELAS"
500 GOTO 740
510 PRINT RI$; "  PARALELAS"
520 GOTO 740
530 P=I3/I2
540 GOSUB 700
550 PRINT "LA ECUACION REDUCIDA ES:";
560 PRINT M;" X^2 +";N;" Y^2 +";P ;" = 0"
570 GOTO 740
580 M=I1
590 N=SQR(-I3/M)
600 PRINT "LA ECUACION REDUCIDA ES:";
610 PRINT M;"Y^2 +";2*N;" X = 0"
620 GOTO 740
630 GOSUB 700
640 PRINT "LAS ECUACIONES DE LAS RECTAS SON :"
650 PRINT M;"X +";N;"Y = 0 ,       ";M;"X -";N;"Y = 0"
660 GOTO 740
670 GOSUB 700
680 PRINT "LAS ECUACIONES DE LAS RECTAS SON :"
690 PRINT M;"X +";N;"Y i = 0 ,       ";M;"X -";N;"Y i = 0"
700 REM - SOLUCIONES DE LA ECUACION SECULAR -
710 M=(I1+SQR(I1*I1-4*I2))/2
720 N=(I1-SQR(I1*I1-4*I2))/2
730 RETURN
740 P=I1:Q=J2/I1
750 PRINT "LA ECUACION REDUCIDA ES: ";
760 PRINT P; "X^2 +";Q;" = 0"
770 END
```

ejercicios resueltos:

1. Clasificar y reducir la cónica: $x^2 + 2y^2 + 2xy - 6x - 2y + 9 = 0$

S O L U C I O N :

```
LA ECUACION GENERAL DE UNA CONICA ES :

A X^2 + B Y^2 + C X Y + D X + E Y + F = 0

INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C,D,E,F? 1        2        2       -6       -2
 9


CONICA REGULAR :  ELIPSE REAL
LA ECUACION REDUCIDA ES: 2.618034  X^2 + .38196601  Y^2 +-4  = 0
```

2. Clasificar y reducir la cónica: $x^2 + 9y^2 - 6xy + 2x - 6y = 0$

S O L U C I O N :

```
LA ECUACION GENERAL DE UNA CONICA ES :

A X^2 + B Y^2 + C X Y + D X + E Y + F = 0

INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C,D,E,F? 1        9        6        2        -6
 0


CONICA REGULAR :  PARABOLA
LA ECUACION REDUCIDA ES: 10 Y^2 + 3.7947332  X = 0
```

3. Clasificar y reducir la cónica: $x^2 - y^2 - 2xy + 8x - 6 = 0$

S O L U C I O N :

```
LA ECUACION GENERAL DE UNA CONICA ES :

A X^2 + B Y^2 + C X Y + D X + E Y + F = 0

INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C,D,E,F? 1        -1        -2        8        0
-6


CONICA REGULAR :  HIPERBOLA
LA ECUACION REDUCIDA ES: 1.4142136  X^2 +-1.4142136  Y^2 +-14  = 0
```

MOVIMIENTOS EN EL PLANO

introducción:

El presente programa permite obtener las coordenadas del transformado de un punto P en los siguientes movimientos:

1.- Traslación en el plano
2.- Simetría axial en el plano
3.- Simetría central en el plano
4.- Giro en el plano

En caso de que la amplitud del ángulo de giro esté expresado en radianes, se sustituye la instrucción de la linea 500 por:

500 INPUT R

y se eliminan las instrucciones 509 a 530.

Si se desea realizar productos de movimientos basta con ejecutarlos uno a continuación del otro en el orden deseado.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM                    M O V I M I E N T O S     E N     E L
40 REM
50 REM                                  P L A N O
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE ESTUDIAR LOS SIGUIENTES MOVIMIENTOS :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- TRASLACION EN EL PLANO"
140 PRINT "2.- SIMETRIA AXIAL EN EL PLANO"
150 PRINT "3.- SIMETRIA CENTRAL EN EL PLANO"
160 PRINT "4.- GIRO EN EL PLANO"
170 PRINT
180 PRINT
190 PRINT "SEGUN EL MOVIMIENTO QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
200 INPUT L
210 PRINT
220 PRINT
230 ON L GOTO 239,309,389,459
```

```
239 REM - TRASLACION EN EL PLANO -
240 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS     (V1,V2) DEL VECTOR GUIA ";
250 INPUT V1,V2
260 GOSUB 600
270 X3=X0+V1
280 Y3=Y0+V2
290 GOSUB 640
300 GOTO 170
309 REM - SIMETRIA AXIAL -
310 PRINT "SEA EL EJE DE SIMETRIA DE ECUACION :  A X + B Y + C = 0"
320 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES  A,B,C";
330 INPUT A,B,C
340 GOSUB 600
350 X3=X0-2*A*(A*X0+B*Y0+C)/(A*A+B*B)
360 Y3=Y0-2*B*(A*X0+B*Y0+C)/(A*A+B*B)
370 GOSUB 640
380 GOTO 170
389 REM - SIMETRIA CENTRAL -
390 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE SIMETRIA";
400 INPUT X2,Y2
410 GOSUB 600
420 X3=2*X2-X0
430 Y3=2*Y2-Y0
440 GOSUB 640
450 GOTO 170
459 REM - GIRO EN EL PLANO -
460 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE GIRO";
470 INPUT X2,Y2
480 PRINT
490 PRINT "INTRODUZCA EL ANGULO EN GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS, G,M,S";
500 INPUT G,M,S
509 REM - CONVERSION DE GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS A RADIANES -
510 U=G+M/60+S/3600
520 V=INT(U/360)
530 R=U*.01745329-V*2*PI
540 GOSUB 600
550 X3=X2+(X0-X2)*COS(R)-(Y0-Y2)*SIN(R)
560 Y3=Y2+(X0-X2)*SIN(R)+(Y0-Y2)*COS(R)
570 GOSUB 640
580 GOTO 170
590 END
600 PRINT
610 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO QUE DESEA TRANSFORMAR";
620 INPUT X0,Y0
630 RETURN
640 REM - SALIDA DE RESULTADOS -
650 PRINT: PRINT
660 PRINT "EL HOMOLOGO DEL PUNTO DADO ES (";X3;",";Y3;")"
670 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el homologo del punto (3,-2) en un giro de centro (2,9) y de amplitud 45°12' 31".

S O L U C I O N :

```
SEGUN EL MOVIMIENTO QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 4

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE SIMETRIA? 2     -5
```

```
INTRODUZCA EL ANGULO EN GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS, G,M,S? 45    12      31
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO QUE DESEA TRANSFORMAR? 3   -2

EL HOMOLOGO DEL PUNTO DADO ES ( 10.51097 , 1.9598725 )
```

2. En una simetría central de centro (2,-5). Hallar el transformado del punto (1,4).

S O L U C I O N :

```
SEGUN EL MOVIMIENTO QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 3

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE SIMETRIA? 2      -5
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO QUE DESEA TRANSFORMAR? 1    4

EL HOMOLOGO DEL PUNTO DADO ES ( 3 ,-14 )
```

3. Hallar el trasformado del punto (1,-2) en una simetría axial, siendo 2x-3y+6 = 0 la ecuación del eje.

S O L U C I O N :

```
SEGUN EL MOVIMIENTO QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 2

SEA EL EJE DE SIMETRIA DE ECUACION :  A X + B Y + C = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES  A,B,C? 2   -3       6
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO QUE DESEA TRANSFORMAR? 1   -2

EL HOMOLOGO DEL PUNTO DADO ES (-3.3076923 , 4.4615385 )
```

4. En una traslación de vector guia (2,-6). Calcular el transformado del punto (3,9).

S O L U C I O N :

```
SEGUN EL MOVIMIENTO QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 1

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL (V1,V2) DEL VECTOR GUIA ? 2      -6
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO QUE DESEA TRANSFORMAR? 3    9

EL HOMOLOGO DEL PUNTO DADO ES ( 5 , 3 )
```

HOMOTECIA EN EL PLANO

introducción:

Este programa permite calcular las coordenadas del homólogo de un punto $P(x_1,y_1)$, en una homotecia de centro $C(x_o,y_o)$ y de razón K. Sin más que aplicar las expresiones de la transformación.

También permite hallar los centros de homotecia directa e inversa, así como las razones de homotecia, que hacen corresponderse a dos circunferencias.

Para su ejecución se calculan las coordenadas de los centros y el radio de cada circunferencia.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    H O M O T E C I A     E N     E L
40 REM
50 REM                                  P L A N O
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LO SIGUIENTE :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- EL HOMOTETICO DE UN PUNTO P(X1,Y1) EN UNA HOMOTECIA DE RAZON K"
140 PRINT "     Y CENTRO EL PUNTO C(XO,YO)"
150 PRINT "2.- LOS CENTROS DE HOMOTECIAS DE DOS CIRCUNFENCIAS HOMOTETICAS"
160 PRINT
170 PRINT
180 PRINT "SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
190 INPUT L
200 PRINT
210 PRINT
220 IF L=2 THEN GOTO 359
229 REM - CALCULO DEL HOMOTETICO DE UN PUNTO -
230 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA C ";
240 INPUT XO,YO
250 PRINT "INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA  K =";
260 INPUT K
270 PRINT
280 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P QUE QUIERE TRANSFORMAR";
```

```
290 INPUT X1,Y1
300 PRINT
310 PRINT
320 X2=XO*(1-K)+K*X1
330 Y2=YO*(1-K)+K*Y1
340 PRINT "EL HOMOTETICO DEL PUNTO P ES EL PUNTO P' (";X2;",";Y2;")"
350 GOTO 160
359 REM - CALCULO DE LOS CENTROS DE HOMOTECIA DE DOS CIRCUNFERENCIAS -
360 PRINT "SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION: D1X^2+D1Y^2+E1X+F1Y+G1=0"
370 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES : D1,E1,F1,G1";
380 INPUT D1,E1,F1,G1
390 A1=-E1/(2*D1)
400 B1=-F1/(2*D1)
410 R1=SQR(E1*E1+F1*F1-4*D1*G1)
420 PRINT
430 PRINT "Y   LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION: D2X^2+D2Y^2+E2X+F2Y+G2=0"
440 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES : D2,E2,F2,G2";
450 INPUT D2,E2,F2,G2
460 A2=-E2/(2*D2)
470 B2=-F2/(2*D2)
480 R2=SQR(E2*E2+F2*F2-4*D2*G2)
490 XD=(A2*R1-A1*R2)/(R1-R2)
500 YD=(B2*R1-B1*R2)/(R1-R2)
510 XI=(A2*R1+A1*R2)/(R1+R2)
520 YI=(B2*R1+B1*R2)/(R1+R2)
530 PRINT
540 PRINT
550 PRINT "CENTRO DE HOMOTECIA DIRECTA  CD (";XD;",";YD;");  RAZON";R2/R1
560 PRINT
570 PRINT "CENTRO DE HOMOTECIA INVERSA  CI (";XI;",";YI;");  RAZON";-R1/R2
580 END
```

ejercicios resueltos:

1. Las circunferencias: $2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 8 = 0$

$$x^2 + y^2 + 4y - 12 = 0$$

son homotéticas. Hallar los centros de homotecias directa e inversa, así como las razones de homotecia.

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 2

SEA LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION: D1X^2+D1Y^2+E1X+F1Y+G1=0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES : D1,E1,F1,G1? 2    -8      -4      -8

Y   LA CIRCUNFERENCIA DE ECUACION: D2X^2+D2Y^2+E2X+F2Y+G2=0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES : D2,E2,F2,G2? 1     0       4      -12

CENTRO DE HOMOTECIA DIRECTA  CD (-4 ,-8 ); RAZON .66666667

CENTRO DE HOMOTECIA INVERSA  CI ( .8 ,-.8 ); RAZON -1.5
```

2. Hallar el homólogo del punto P(2,-9) en una homotecia de centro C(3,-1) y razón K = 5.

S O L U C I O N :

```
ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LO SIGUIENTE :

1.- EL HOMOTETICO DE UN PUNTO P(X1,Y1) EN UNA HOMOTECIA DE RAZON K
    Y CENTRO EL PUNTO C(XO,YO)
2.- LOS CENTROS DE HOMOTECIAS DE DOS CIRCUNFENCIAS HOMOTETICAS


SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 1


INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA C ? 3        -1
INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA  K =? 5

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P QUE QUIERE TRANSFORMAR? 2        -9


EL HOMOTETICO DEL PUNTO P ES EL PUNTO P' (-2 ,-41 )
```

SEMEJANZA EN EL PLANO

introducción:

Se llama semejanza en el plano al producto de un movimiento(traslación, simetría axial, simetría central y giro) por una homotecia o viceversa.

Este programa realiza el cálculo de los 8 posibles productos, obteniendose en cada caso las coordenadas del punto P' transformado de un punto P previamente introducido.

En caso de que el movimiento sea un giro, el ángulo esta previsto que venga dado en radianes si se desea introducir el ángulo en grados, minutos y segundos, ver programa "Conversión de ángulos" expuesto con anterioridad.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM              S E M E J A N Z A     E N     E L     P L A N O
40 REM
50 REM                    (ESTUDIO DE TODOS LOS CASOS POSIBLES)
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA CALCULA LA SEMEJANZA EN EL PLANO, DEL SIGUIENTE MODO :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- TRASLACION POR HOMOTECIA"
140 PRINT "2.- HOMOTECIA POR TRASLACION"
150 PRINT "3.- SIMETRIA AXIAL POR HOMOTECIA"
160 PRINT "4.- HOMOTECIA POR SIMETRIA AXIAL"
170 PRINT "5.- SIMETRIA CENTRAL POR HOMOTECIA"
180 PRINT "6.- HOMOTECIA POR SIMETRIA CENTRAL"
190 PRINT "7.- GIRO POR HOMOTECIA"
200 PRINT "8.- HOMOTECIA POR GIRO"
210 PRINT
220 PRINT
230 PRINT "SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
240 INPUT L
250 PRINT
260 PRINT
270 ON L GOTO 279,339,399,459,519,579,639,699
279 REM - TRASLACION POR HOMOTECIA -
```

```
280 GOSUB 1000
290 GOSUB 1200
300 GOSUB 1650
310 GOSUB 1560
320 GOSUB 1050
330 GOTO 210
339 REM - HOMOTECIA POR TRASLACION -
340 GOSUB 1000
350 GOSUB 1560
360 GOSUB 1650
370 GOSUB 1200
380 GOSUB 1050
390 GOTO 210
399 REM - SIMETRIA AXIAL POR HOMOTECIA -
400 GOSUB 1000
410 GOSUB 1270
420 GOSUB 1650
430 GOSUB 1560
440 GOSUB 1050
450 GOTO 210
459 REM - HOMOTECIA POR SIMETRIA AXIAL -
460 GOSUB 1000
470 GOSUB 1560
480 GOSUB 1650
490 GOSUB 1270
500 GOSUB 1050
510 GOTO 210
519 REM - SIMETRIA CENTRAL POR HOMOTECIA -
520 GOSUB 1000
530 GOSUB 1350
540 GOSUB 1650
550 GOSUB 1560
560 GOSUB 1050
570 GOTO 210
579 REM - HOMOTECIA POR SIMETRIA CENTRAL -
580 GOSUB 1000
590 GOSUB 1560
600 GOSUB 1650
610 GOSUB 1350
620 GOSUB 1050
630 GOTO 210
639 REM - GIRO POR HOMOTECIA -
640 GOSUB 1000
650 GOSUB 1420
660 GOSUB 1650
670 GOSUB 1560
680 GOSUB 1050
690 GOTO 210
699 REM - HOMOTECIA POR GIRO -
700 GOSUB 1000
710 GOSUB 1560
720 GOSUB 1650
730 GOSUB 1420
740 GOSUB 1050
750 GOTO 210
1000 REM - ENTRADA DE LAS COORDENADAS DEL PUNTO P A TRANSFORMAR -
1010 PRINT
1020 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P QUE DESEA TRANSFORMAR";
1030 INPUT XO,YO
1040 RETURN
1050 REM - SALIDA DEL RESULTADO -
1060 PRINT
```

```
1070 PRINT
1080 PRINT "EL TRANSFORMADO EN LA SEMEJANZA DEL PUNTO P ES P' (";X3;",";Y3;")"
1090 RETURN
1100 END
1200 REM - TRASLACION EN EL PLANO -
1210 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS (V1,V2) DEL VECTOR GUIA";
1220 INPUT V1,V2
1230 X3=X0+V1
1240 Y3=Y0+V2
1260 RETURN
1270 REM - SIMETRIA AXIAL EN EL PLANO -
1280 PRINT "SEA EL EJE DE SIMETRIA DE ECUACION : A X + B Y + C = 0"
1290 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES  A,B,C";
1300 INPUT A,B,C
1310 X3=X0-2*A*(A*X0+B*Y0+C)/(A*A+B*B)
1320 Y3=Y0-2*B*(A*X0+B*Y0+C)/(A*A+B*B)
1340 RETURN
1350 REM - SIMETRIA CENTRAL EN EL PLANO -
1360 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE SIMETRIA";
1370 INPUT X2,Y2
1380 X3=2*X2-X0
1390 Y3=2*Y2-Y0
1410 RETURN
1420 REM - GIRO EN EL PLANO -
1430 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE GIRO";
1440 INPUT X2,Y2
1460 PRINT "INTRODUZCA EL VALOR DEL ANGULO DE GIRO EN RADIANES";
1470 INPUT R
1520 X3=X2+(X0-X2)*COS(R)-(Y0-Y2)*SIN(R)
1530 Y3=Y2+(X0-X2)*SIN(R)+(Y0-Y2)*COS(R)
1550 RETURN
1560 REM - HOMOTECIA EN EL PLANO -
1570 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA";
1580 INPUT X2,Y2
1590 PRINT "INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA";
1600 INPUT K
1610 X3=X2*(1-K)+K*X0
1620 Y3=Y2*(1-K)+K*Y0
1640 RETURN
1650 X0=X3
1660 Y0=Y3
1670 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el transformado del punto P(2,-5) en una semejanza que es el producto de una traslación de vector guia $\vec{v} = (1,8)$ por una homotecia de centro C(0,-2) y razón K = 7.

S O L U C I O N:

```
ESTE PROGRAMA CALCULA LA SEMEJANZA EN EL PLANO, DEL SIGUIENTE MODO :

1.- TRASLACION POR HOMOTECIA
2.- HOMOTECIA POR TRASLACION
3.- SIMETRIA AXIAL POR HOMOTECIA
4.- HOMOTECIA POR SIMETRIA AXIAL
5.- SIMETRIA CENTRAL POR HOMOTECIA
6.- HOMOTECIA POR SIMETRIA CENTRAL
7.- GIRO POR HOMOTECIA
8.- HOMOTECIA POR GIRO
```

```
SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 1

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P QUE DESEA TRANSFORMAR? 2          -5
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL VECTOR GUIA? 1     8
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA? 0    -2
INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA? 7

EL TRANSFORMADO EN LA SEMEJANZA DEL PUNTO P ES P' ( 21 , 33 )
```

2. Hallar el homólogo del punto P(12,-3) en una semejanza que es el producto de una simetría axial de eje 2x-3y+8=0 por una homotecia de centro el punto C(1,2) y razón K = 3.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P QUE DESEA TRANSFORMAR? 12         -3
SEA EL EJE DE SIMETRIA DE ECUACION:  A X + B Y + C = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C? 2     -3        8
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA? 1     2
INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA? 3

EL TRANSFORMADO EN LA SEMEJANZA DEL PUNTO P ES P' (-3.8461538 , 43.769231 )
```

3. Hallar el transformado del punto P(7,-3) en una semejanza que se obtiene como producto de una homotecia de centro (-2,-1) y razón K = 6 por una simetría central de centro C(2,1).

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P QUE DESEA TRANSFORMAR? 7          -3
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA?-2    -1
INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA? 6
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE SIMETRIA CENTRAL? 2      1

EL TRANSFORMADO EN LA SEMEJANZA DEL PUNTO P ES P' (-48,15)
```

4. Hallar el transformado del punto P(-4,-6) en una semejanza que se obtiene como producto de un giro de centro C(2,1) y una amplitud de 1 radian por una homotecia de centro (6,-8) y razón k = 6.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P QUE DESEA TRANSFORMAR?-4          -6
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE GIRO? 2          1
INTRODUZCA EL VALOR DEL ANGULO DE GIRO EN RADIANES? 1
INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA? 6    -8
INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA? 6

EL TRANSFORMADO EN LA SEMEJANZA DEL PUNTO P ES P' (-2.1091016 ,-6.9856523 )
```

OPERACIONES CON VECTORES EN EL ESPACIO AFIN

introducción:

El presente programa permite realizar los siguientes calculos:

1.- Coordenadas de un vector libre conocidos sus extremos.

2.- Suma de vectores libres en el espacio afín.

3.- Diferencia de vectores libres en el espacio afín.

4.- Producto de un escalar por un vector libre.

5.- Equipolencia entre vectores libres en el espacio afín.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM                    V E C T O R E S     E N     E L
40 REM
50 REM                       E S P A C I O     A F I N
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE REALIZAR OPERACIONES AFINES "
120 PRINT "CON VECTORES EN EL ESPACIO"
130 PRINT
140 PRINT "1.- COORDENADAS DE UN VECTOR LIBRE, CONOCIDOS SUS EXTREMOS"
150 PRINT "2.- SUMA DE VECTORES LIBRES"
160 PRINT "3.- DIFERENCIA DE VECTORES LIBRES"
170 PRINT "4.- PRODUCTO DE UN ESCALAR POR UN VECTOR LIBRE"
180 PRINT "5.- EQUIPOLENCIA ENTRE VECTORES LIBRES"
190 PRINT
200 PRINT "SEGUN LA OPCION QUE DESEE PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
210 INPUT L
220 PRINT
230 ON L GOTO 240,330,390,450,540
240 PRINT "COORDENADAS DE UN VECTOR V=PQ, CONOCIDOS SUS EXTREMOS P Y Q"
250 PRINT
260 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z DEL PUNTO P";
270 INPUT X1,Y1,Z1
280 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z DEL PUNTO Q";
290 INPUT X2,Y2,Z2
300 PRINT
310 PRINT "LAS COORD. DEL VECTOR LIBRE V=PQ SON:(";X2-X1;",";Y2-Y1;",";Z2-Z1;")"
320 GOTO 190
```

```
330 PRINT "SUMA DE VECTORES LIBRES  V + W"
340 PRINT
350 GOSUB 730
360 PRINT
370 PRINT "COORD. DEL VECTOR SUMA  V + W = (";X1+X2;",";Y1+Y2;",";Z1+Z2;")"
380 GOTO 190
390 PRINT "DIFERENCIA DE VECTORES LIBRES  V - W"
400 PRINT
410 GOSUB 730
420 PRINT
430 PRINT "COORD. DEL VECTOR DIFERENCIA V - W = (";X1-X2;",";Y1-Y2;",";Z1-Z2;")"
440 GOTO 190
450 PRINT "PRODUCTO DE UN ESCALAR  K  POR UN VECTOR LIBRE  V"
460 PRINT
470 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z  DEL VECTOR V ";
480 INPUT X1,Y1,Z1
490 PRINT "INTRODUZCA EL ESCALAR  K =";
500 INPUT K
510 PRINT
520 PRINT "LAS COORDENADAS DEL VECTOR K*V SON :(";K*X1;",";K*Y1,",";K*Z1;")"
530 GOTO 190
540 PRINT "EQUIPOLENCIA DE LOS VECTORES  V=PQ  Y  W=MN"
550 PRINT
560 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z  DEL PUNTO P";
570 INPUT X1,Y1,Z1
580 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z  DEL PUNTO Q";
590 INPUT X2,Y2,Z2
600 PRINT
610 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z  DEL PUNTO M";
620 INPUT X3,Y3,Z3
630 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z  DEL PUNTO N";
640 INPUT X4,Y4,Z4
650 IF X2-X1=X4-X3 AND Y2-Y1=Y4-Y3 THEN GOTO 700
660 PRINT
670 PRINT "LOS VECTORES V=PQ  Y  W=MN  NO SON EQUIPOLENTES"
680 GOTO 190
690 PRINT
700 IF Z2-Z1=Z4-Z3 THEN GOTO 780
710 GOTO 660
730 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z DEL VECTOR V ";
740 INPUT X1,Y1,Z1
750 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z DEL VECTOR W ";
760 INPUT X2,Y2,Z2
770 RETURN
780 PRINT
790 PRINT "LOS VECTORES V=PQ  Y  W=MN   SON EQUIPOLENTES"
800 GOTO 190
810 END
```

ejercicios resueltos:

1. Estudiar la equipolencia de los vectores $\vec{V} = \vec{PQ}$ y $\vec{W} = \vec{MN}$, siendo P(2,3,5), Q(4,6,9), M(0,0,0) y N(2,3,4)

SOLUCION :

```
EQUIPOLENCIA DE LOS VECTORES  V=PQ  Y  W=MN

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z  DEL PUNTO P? 2          3        5
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z  DEL PUNTO Q? 4          6        9
```

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z  DEL PUNTO M? 0          0        0
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z  DEL PUNTO N? 2          3        4

LOS VECTORES V=PQ  Y  W=MN   SON EQUIPOLENTES
```

2. Hallar las coordenadas del vector $\vec{V} = \vec{PQ}$ siendo P(2,-3,8) y Q(1,0,9)

SOLUCION :

```
COORDENADAS DE UN VECTOR V=PQ, CONOCIDOS SUS EXTREMOS P Y Q

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z DEL PUNTO P? 2         -3        8
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z DEL PUNTO Q? 1          0        9

LAS COORD. DEL VECTOR LIBRE V=PQ SON:(-1 , 3 , 1 )
```

3. Dados los vectores $\vec{v} = (-1,7,13)$ y $\vec{w} = (8,-12,45)$. Hallar el vector diferencia $\vec{v} - \vec{w}$.

SOLUCION :

```
DIFERENCIA DE VECTORES LIBRES  V - W

INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y DEL VECTOR V ?-1          7        13
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X,Y,Z DEL VECTOR W ,? 8          -12        45
COORD. DEL VECTOR DIFERENCIA V - W = (-9 , 19 ,-32 )
```

CAMBIO DE SISTEMA DE REFERENCIA EN EL ESPACIO AFIN

introducción:

Este programa sirve para realizar el cambio de sistema de referencia en un espacio afín, para ello es preciso conocer los elementos de la nueva referencia R' en función de la referencia antigua R.

En caso de que los vectores de la base nueva, por error, sean linealmente dependientes, el programa informa al usuario que dichos vectores no componen una base.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM                C A M B I O   D E   S I S T E M A   D E
40 REM
50 REM       R E F E R E N C I A   E N   E L   E S P A C I O   A F I N
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "SISTEMA DE REFERENCIA ANTIGUO :   R (O ; U1,U2,U3)"
120 PRINT "SISTEMA DE REFERENCIA NUEVO   :   R'(O'; V1,V2,V3)"
130 PRINT
140 PRINT "INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO ORIGEN O',RESPECTO DE R ";
150 INPUT A(1,2),A(1,3),A(1,4)
160 PRINT "INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO VECTOR V1,RESPECTO DE R ";
170 INPUT A(2,2),A(2,3),A(2,4)
180 PRINT "INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO VECTOR V2,RESPECTO DE R ";
190 INPUT A(3,2),A(3,3),A(3,4)
200 PRINT "INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO VECTOR V3,RESPECTO DE R ";
210 INPUT A(4,2),A(4,3),A(4,4)
220 A(1,1)=1:A(2,1)=0:A(3,1)=0:A(4,1)=0
230 PRINT "INTRODUZCA X,Y,Z ANTIGUAS DEL VECTOR W";
240 INPUT Z(2),Z(3),Z(4)
250 Z(1)=1
260 PRINT
270 FOR F=1 TO 4
280 B(F,F)=1
290 NEXT F
299 REM - COMPROBACION DE SI LOS VECTORES DADOS FORMAN BASE -
300 FOR C=1 TO 4
```

```
310 FOR F=C TO 4
320 IF A(F,C)<>0 THEN GOTO 360
330 NEXT F
340 PRINT "LOS VECTORES V1,V2,V3 NO FORMAN BASE, REVISE SUS COORDENADAS"
350 GOTO 700
359 REM - CALCULO DE LA MATRIZ INVERSA DE A(4,4) -
360 FOR K=1 TO 4
370 X=A(C,K)
380 A(C,K)=A(F,K)
390 A(F,K)=X
400 XB=B(C,K)
410 B(F,K)=XB
420 NEXT K
430 Y=1/A(C,C)
440 FOR K=1 TO 4
450 A(C,K)=A(C,K)*Y
460 B(C,K)=B(C,K)*Y
470 NEXT K
480 FOR P=1 TO 4
490 IF P=C GOTO 550
500 Y=-A(P,C)
510 FOR K=1 TO 4
520 A(P,K)=A(P,K)+A(C,K)*Y
530 B(P,K)=B(P,K)+B(C,K)*Y
540 NEXT K
550 NEXT P
560 NEXT C
570 FOR F=1 TO 4
580 FOR C=1 TO 4
590 C(F,C)=INT(B(F,C)*10000+.5)/10000
600 NEXT C
610 NEXT F
620 PRINT
629 REM - PRODUCTO DE Z(N)*C(N,N) -
630 FOR F=1 TO 4
640 FOR C=1 TO 4
650 W(F)=W(F)+C(C,F)*Z(C)
660 NEXT C
670 NEXT F
679 REM - SALIDA DEL RESULTADO -
680 PRINT "LAS COORDENADAS NUEVAS DEL VECTOR W, SON :";
690 PRINT "(";W(2);",";W(3);",";W(4);")"
700 END
```

ejercicios resueltos:

1. Sean $R = (0,\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3)$ y $R' = (0',\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3)$ dos referencias del espacio afín, tales que:

$$\begin{cases} 00' = -\vec{u}_1 + 5\vec{u}_2 + 3\vec{u}_3 \\ \vec{v}_1 = 5\vec{u}_2 + 2\vec{u}_3 \\ \vec{v}_2 = \vec{u}_1 + 3\vec{u}_2 - 9\vec{u}_3 \\ \vec{v}_3 = 6\vec{u}_1 + 5\vec{u}_2 - 8\vec{u}_3 \end{cases}$$

Hallar respecto de R' las coordenadas de un vector $\vec{w}$ que respecto de R tiene coordenadas (1,7,-4).

S O L U C I O N :

```
SISTEMA DE REFERENCIA ANTIGUO :   R (O ; U1,U2,U3)
SISTEMA DE REFERENCIA NUEVO   :   R'(O'; V1,V2,V3)

INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO ORIGEN O',RESPECTO DE R ?-1   5       3
INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO VECTOR V1,RESPECTO DE R ? 0   5       2
INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO VECTOR V2,RESPECTO DE R ? 1   3      -9
INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO VECTOR V3,RESPECTO DE R ? 6   5      -8
INTRODUZCA X,Y,Z ANTIGUAS DEL VECTOR W? 1        7      -4


LAS COORDENADAS NUEVAS DEL VECTOR W, SON :( .3636 , 0 , .2463 )
```

2. Sean $R = (0,\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3)$ y $R' = (0',\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3)$ dos referencias del espacio afín, tales que:

$$\begin{cases} 00' = 5\vec{u}_1 + 7\vec{u}_2 + 2\vec{u}_3 \\ \vec{v}_1 = \vec{u}_1 + 2\vec{u}_2 + 3\vec{u}_3 \\ \vec{v}_2 = 4\vec{u}_1 + 5\vec{u}_2 + 6\vec{u}_3 \\ \vec{v}_3 = 7\vec{u}_1 + 8\vec{u}_2 + 9\vec{u}_3 \end{cases}$$

Hallar respecto de R' las coordenadas de un vector $\vec{w}$ que respecto de R tiene coordenadas (1,-2,8).

S O L U C I O N :

```
SISTEMA DE REFERENCIA ANTIGUO :   R (O ; U1,U2,U3)
SISTEMA DE REFERENCIA NUEVO   :   R'(O'; V1,V2,V3)

INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO ORIGEN O',RESPECTO DE R ? 5   7       2
INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO VECTOR V1,RESPECTO DE R ? 1   2       3
INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO VECTOR V2,RESPECTO DE R ? 4   5       6
INTRODUZCA X,Y,Z DEL NUEVO VECTOR V3,RESPECTO DE R ? 7   8       9
INTRODUZCA X,Y,Z ANTIGUAS DEL VECTOR W? 1       -2       8

LOS VECTORES V1,V2,V3 NO FORMAN BASE, REVISE SUS COORDENADAS
```

DETERMINACION DE RECTAS EN EL ESPACIO AFIN

introducción:

Este programa calcula las ecuaciones de una recta en el espacio, en los siguientes casos:

1.- Recta determinada por un punto y un vector no nulo.

2.- Recta determinada por dos puntos distintos.

Los resultados se expresan en forma parametrica o en forma contínua.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM            D E T E R M I N A C I O N      D E      R E C T A S
40 REM
50 REM                  E N     E L    E S P A C I O    A F I N
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA LE PERMITE CALCULAR LAS ECUACIONES DE :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- RECTA DETERMINADA POR UN PUNTO Y UN VECTOR NO NULO"
140 PRINT "2.- RECTA DETERMINADA POR DOS PUNTOS DISTINTOS"
150 PRINT
160 PRINT
170 PRINT "SEGUN LA OPCION QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
180 INPUT L
190 PRINT
200 PRINT
210 IF L=2 THEN GOTO 319
219 REM - ECUACION DE UNA RECTA DETERMINADA POR UN PUNTO Y UN VECTOR NO NULO"
220 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1,Z1  DEL PUNTO       P";
230 INPUT X1,Y1,Z1
240 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS A,B,C DEL VECTOR DIRECTOR V";
250 INPUT A,B,C
260 IF A=0 AND B=0 THEN GOTO 280
270 GOTO  400
280 IF C=0 THEN GOTO 300
290 GOTO  400
300 PRINT:PRINT "EL VECTOR DADO ES EL VECTOR NULO, NO DETERMINA UNA RECTA"
310 GOTO 150
```

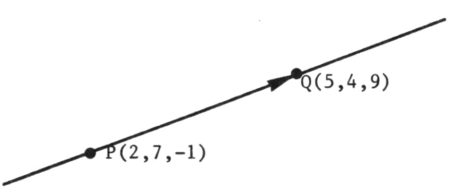
```
319 REM - ECUACION DE UNA RECTA DETERMINADA POR DOS PUNTOS DISTINTOS -
320 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1,Z1  DEL PUNTO P";
330 INPUT X1,Y1,Z1
340 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X2,Y2,Z2  DEL PUNTO Q";
350 INPUT X2,Y2,Z2
360 A=X2-X1
370 B=Y2-Y1
380 C=Z2-Z1
390 GOTO 400
400 REM - IMPRESION DE LOS RESULTADOS -
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT "LAS ECUACIONES PARAMETRICAS DE LA RECTA PEDIDA SON :"
440 PRINT
450 PRINT "X ="; X1; "+";A;"T"
460 PRINT "Y ="; Y1; "+";B;"T"
470 PRINT "Z ="; Z1; "+";C;"T"
480 PRINT
490 PRINT "LA RECTA PEDIDA EN FORMA CONTINUA ES :"
500 PRINT
510 PRINT "X -";X1;"       Y -";Y1;"       Z -";Z1
520 PRINT "------    =  ------  =  ------"
530 PRINT " ";A;"          ";B;"         ";C
540 GOTO 150
550 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar las ecuaciones paramétricas y en forma continua de la recta determinada por los puntos P(2,7,-1) y Q(5,4,9).

SOLUCION :

```
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1,Z1  DEL PUNTO P? 2      7      -1
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X2,Y2,Z2  DEL PUNTO Q? 5      4       9


LAS ECUACIONES PARAMETRICAS DE LA RECTA PEDIDA SON :

X = 2 + 3 T
Y = 7 +-3 T
Z =-1 + 10 T

LA RECTA PEDIDA EN FORMA CONTINUA ES :

X - 2        Y - 7        Z --1
------    =  ------  =  ------
  3           -3           10
```



DETERMINACION DE PLANOS EN EL ESPACIO AFIN

introducción:

Este programa permite calcular la ecuación de un plano en los siguientes casos:

1.- Conocidos un punto P y dos vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ no nulos y no proporcionales.

2.- Conocidos tres puntos P,Q y R no álineados.

3.- Conocidos la ecuación de una recta R(Q,V) y un punto P exterior a ella.

Los resultados se expresan en forma paramétrica y en forma general.

El programa detecta los casos, en que por error, los datos introducidos no determinan un plano.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    D E T E R M I N A C I O N     D E     U N
40 REM
50 REM          P L A N O     E N     E L     E S P A C I O     A F I N
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA LE PERMITE CALCULAR LAS ECUACIONES DE :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- UN PLANO DETERMINADO POR UN PUNTO P  Y DOS VECTORES V, Y  W "
140 PRINT "    NO NULOS Y NO PROPORCIONALES"
150 PRINT "2.- UN PLANO DETERMINADO POR TRES PUNTOS P,Q Y R  NO ALINEADOS"
160 PRINT "3.- UN PLANO DETERMINADO POR UNA RECTA R(Q,V) Y UN PUNTO P EXTERIOR"
170 PRINT
180 PRINT
190 PRINT
200 PRINT "SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
210 INPUT L
220 PRINT
230 PRINT
240 ON L GOTO 249,359,529
249 REM - PLANO DETERMINADO POR UN PUNTO Y DOS VECTORES NO NULOS Y NO PROPORC."
```

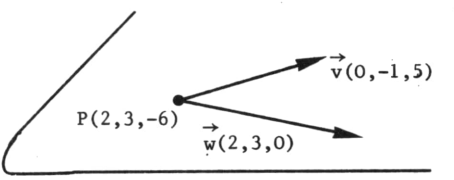
```
250 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1,Z1  DEL PUNTO P";
260 INPUT X1,Y1,Z1
270 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS V1,V2,V3  DEL VECTOR NO NULO V";
280 INPUT V1,V2,V3
290 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS W1,W2,W3  DEL VECTOR NO NULO W";
300 INPUT W1,W2,W3
310 IF V1*W2=W1*V2 AND V2*W3=W2*V3 THEN GOTO 330
320 GOTO 679
330 PRINT
340 PRINT "LOS VECTORES V Y W SON PROPORCIONALES, NO DETERMINAN UN PLANO"
350 GOTO 170
359 REM - PLANO DETERMINADO POR TRES PUNTOS NO ALINEADOS -
360 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1,Z1 DEL PUNTO P";
370 INPUT X1,Y1,Z1
380 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X2,Y2,Z2 DEL PUNTO Q";
390 INPUT X2,Y2,Z2
400 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X3,Y3,Z3 DEL PUNTO R";
410 INPUT X3,Y3,Z3
420 V1=X2-X1
430 V2=Y2-Y1
440 V3=Z2-Z1
450 W1=X3-X1
460 W2=Y3-Y1
470 W3=Z3-Z1
480 IF V1*W2=V2*W1 AND V2*W3=W2*V3 THEN GOTO 500
490 GOTO 679
500 PRINT
510 PRINT "LOS PUNTOS P,Q Y R ESTAN ALINEADOS, NO DETERMINAN UN PLANO"
518 GOTO 170
520 INPUT X1,Y1,Z1
529 REM - PLANO DETERMINADO POR UNA RECTA R(Q,V) Y UN PUNTO P EXTERIOR -
530 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA";
540 INPUT V1,V2,V3
550 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X2,Y2,Z2  DE UN PUNTO Q DE LA RECTA";
560 INPUT X2,Y2,Z2
570 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1,Z1  DEL PUNTO EXTERIOR P";
580 INPUT X1,Y1,Z1
590 IF (X2-X1)*V2=(Y2-Y1)*V1 AND (Y2-Y1)*V3=V2*(Z2-Z1) THEN GOTO 650
600 W1=X1-X2
610 W2=Y1-Y2
620 W3=Z1-Z2
630 GOTO 679
640 PRINT
650 PRINT "EL PUNTO P NO ES EXTERIOR A LA RECTA, NO DETERMINAN UN PLANO"
660 GOTO 170
670 PRINT
679 REM - SALIDA DE RESULTADOS -
680 PRINT:PRINT:PRINT "ECUACIONES PARAMETRICAS DEL PLANO PEDIDO"
690 PRINT
700 PRINT "X =";X1;"+";V1;"T +";W1;"S"
710 PRINT "Y =";Y1;"+";V2;"T +";W2;"S"
720 PRINT "Z =";Z1;"+";V3;"T +";W3;"S"
730 D=-(A*X1+B*Y1+C*Z1)
740 PRINT
750 PRINT "ECUACION DEL PLANO EN FORMA GENERAL"
760 PRINT
770 A=V2*W3-W2*V3
780 B=V3*W1-V1*W3
790 C=V1*W2-W1*V2
800 D=-(A*X1+B*Y1+C*Z1)
810 PRINT A;"X +";B;"Y +";C;"Z +";D;" = 0"
820 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar la ecuación del plano determinado por el punto P(2,3,-6) y los vectores $\vec{v}(0,-1,5)$ y $\vec{w}(2,3,0)$.

SOLUCION :

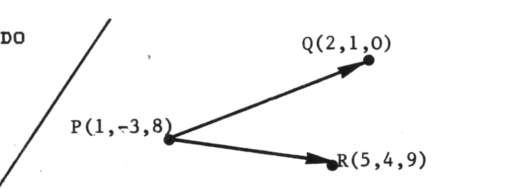
```
SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 1


INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1,Z1  DEL PUNTO P? 2       3       -6
INTRODUZCA LAS COORDENADAS V1,V2,V3  DEL VECTOR NO NULO V? 0      -1        5
INTRODUZCA LAS COORDENADAS W1,W2,W3  DEL VECTOR NO NULO W? 2       3        0


ECUACIONES PARAMETRICAS DEL PLANO PEDIDO

X = 2 + 0 T + 2 S
Y = 3 +-1 T + 3 S
Z =-6 + 5 T + 0 S

ECUACION DEL PLANO EN FORMA GENERAL

-15 X + 10 Y + 2 Z + 12  = 0
```



2. Hallar la ecuación del plano determinado por los puntos: P(1,-3,8), Q(2,1,0) y R(5,4,9). Expresar la ecuación del plano obtenido en forma paramétrica y en forma general.

SOLUCION :

```
SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 2


INTRODUZCA LAS COORDENADAS X1,Y1,Z1 DEL PUNTO P? 1       -3        8
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X2,Y2,Z2 DEL PUNTO Q? 2        1        0
INTRODUZCA LAS COORDENADAS X3,Y3,Z3 DEL PUNTO R? 5        4        9


ECUACIONES PARAMETRICAS DEL PLANO PEDIDO

X = 1 + 1 T + 4 S
Y =-3 + 4 T + 7 S
Z = 8 +-8 T + 1 S

ECUACION DEL PLANO EN FORMA GENERAL

 60 X +-33 Y +-9 Z +-87  = 0
```



INCIDENCIA, PARALELISMO E INTERSECCION EN EL ESPACIO AFIN

introducción:

Este programa permite estudiar todos los casos de incidencia, paralelismo y posiciones relativas de puntos, rectas y planos en el espacio

Las entradas de datos se han puesto al final del programa como subrutinas por tener que utilizarlas en varias ocasiones.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM            I N C I D E N C I A     P A R A L E L I S M O     'E
40 REM
50 REM                  I N T E R S E C C I O N     E N     E L
60 REM
70 REM                          E S P A C I O     A F I N
80 REM
90 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE ESTUDIAR LOS SIGUIENTES CASOS :"
120 PRINT
130 PRINT "1.-  INCIDENCIA DE UN PUNTO CON UNA RECTA "
140 PRINT "2.-  INCIDENCIA DE UN PUNTO CON UN PLANO "
150 PRINT "3.-  INCIDENCIA DE UNA RECTA CON UN PLANO"
160 PRINT "4.-  PARALELISMO ENTRE RECTAS"
170 PRINT "5.-  PARALELISMO ENTRE PLANOS"
180 PRINT "6.-  PARALELISMO DE RECTA Y PLANO"
190 PRINT "7.-  POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS"
200 PRINT "8.-  POSICIONES RELATIVAS DE DOS PLANOS"
210 PRINT "9.-  POSICIONES RELATIVAS DE RECTA Y PLANO"
220 PRINT
230 PRINT
240 PRINT "SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
250 INPUT L
260 PRINT
270 PRINT
280 ON L GOTO 289,359,429,519,589,659,729,949,1129
289 REM - INCIDENCIA DE UN PUNTO CON UNA RECTA -
290 GOSUB 1500
300 GOSUB 1550
310 IF (X1-X0)*V2=V1*(Y1-Y0) AND V3*(Y1-Y0)=V2*(Z1-Z0) THEN GOTO 340
```

```
320 PRINT "EL PUNTO P NO ES INCIDENTE CON LA RECTA DADA"
330 GOTO 220
340 PRINT "EL PUNTO P ES INCIDENTE CON LA RECTA DADA"
350 GOTO 220
359 REM - INCIDENCIA DE PUNTO Y PLANO -
360 GOSUB 1500
370 GOSUB 1710
380 IF A1*X0+B1*Y0+C1*Z0+D1=0 THEN GOTO 410
390 PRINT "EL PUNTO P NO PERTENECE AL PLANO DADO"
400 GOTO 220
410 PRINT "EL PUNTO P ES INCIDENTE CON EL PLANO DADO"
420 GOTO 220
429 REM - INCIDENCIA DE UNA RECTA CON UN PLANO -
430 GOSUB 1550
440 GOSUB 1710
450 M=A1*X1+B1*Y1+C1*Z1+D1
460 N=A1*V1+B1*V2+C1*V3
470 IF M=0 AND N=0 THEN GOTO 500
480 PRINT "LA RECTA DADA NO ESTA CONTENIDA EN EL PLANO DADO"
490 GOTO 220
500 PRINT "LA RECTA DADA ESTA CONTENIDA EN EL PLANO DADO"
510 GOTO 220
519 REM - PARALELISMO ENTRE RECTAS -
520 GOSUB 1550
530 GOSUB 1630
540 IF V1*W2=W1*V2 AND V1*W3=W1*V3 THEN GOTO 570
550 PRINT "LAS RECTAS DADAS NO SON PARALELAS"
560 GOTO 220
570 PRINT "LAS RECTAS DADAS SON PARALELAS"
580 GOTO 220
589 REM - PARALELISMO ENTRE PLANOS -
590 GOSUB 1710
600 GOSUB 1770
610 IF A1*B2=A2*B1 AND A1*C2=C1*A2 THEN GOTO 640
620 PRINT "LOS PLANOS DADOS NO SON PARALELOS"
630 GOTO 220
640 PRINT "LOS PLANOS DADOS SON PARALELOS"
650 GOTO 220
659 REM - PARALELISMO ENTRE RECTA Y PLANO -
660 GOSUB 1550
670 GOSUB 1710
680 IF A1*V1+B1*V2+C1*V3=0 THEN GOTO 710
690 PRINT "LA RECTA Y EL PLANO DADOS NO SON PARALELOS"
700 GOTO 220
710 PRINT "LA RECTA Y EL PLANO DADOS SON PARALELOS"
720 GOTO 220
729 REM - POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS -
730 GOSUB 1550
740 GOSUB 1630
750 F=V1*W2*(Z2-Z1)+V2*W3*(X2-X1)+W1*V3*(Y2-Y1)
760 G=V3*W2*(X2-X1)+W1*V2*(Z2-Z1)+W3*V1*(Y2-Y1)
770 D=F-G
780 IF D<>0 THEN GOTO 880
790 IF V1*W2=V2*W1 AND V1*W3=W1*V3 THEN GOTO 900
800 PRINT "LAS RECTAS DADAS SON SECANTES Y SE CORTAN EN EL PUNTO"
820 S=(V1*(Y1-Y2)+V2*(X2-X1))/(W2*V1-V2*W1)
830 XC=X2+W1*S
840 YC=Y2+W2*S
850 ZC=Z2+W3*S
860 PRINT "(";XC;",";YC;",";ZC;")"
870 GOTO 220
880 PRINT "LAS RECTAS DADAS SE CRUZAN, NO SON COPLANARIAS"
890 GOTO 220
```

```
900 IF (X2-X1)*V2=V1*(Y2-Y1) AND (Y2-Y1)*V3=(Z2-Z1)*V2 THEN GOTO 930
910 PRINT "LAS RECTAS DADAS SON PARALELAS"
920 GOTO 220
930 PRINT "LAS RECTAS DADAS SON COINCIDENTES"
940 GOTO 220
949 REM - POSICIONES RELATIVAS DE DOS PLANOS -
950 GOSUB 1710
960 GOSUB 1770
970 IF A1*B2=A2*B1 AND B1*C2=B2*C1 THEN GOTO 1080
980 PRINT "LOS PLANOS DADOS SON SECANTES, LA EC.DE LA RECTA DE INTERSECCION ES:"
990 V1=B1*C2-C1*B2
1000 V2=C1*A2-A1*C2
1010 V3=A1*B2-A2*B1
1020 Z0=(B1*D2-D1*B2)/(B2*C1-B1*C2)
1030 Y0=(C1*D2-C2*D1)/(C2*B1-C1*B2)
1040 PRINT "X =      +";V1;"T"
1050 PRINT "Y =";Y0;"+";V2;"T"
1060 PRINT "Z =";Z0;"+";V3;"T"
1070 GOTO 220
1080 IF A1*B2=A2*B1 AND C1*D2=C2*D1 THEN GOTO 1110
1090 PRINT "LOS PLANOS DADOS SON PARALELOS"
1100 GOTO 220
1110 PRINT "LOS PLANOS DADOS SON COINCIDENTES"
1120 GOTO 220
1129 REM - POSICIONES RELATIVAS DE RECTA Y PLANO -
1130 GOSUB 1550
1140 GOSUB 1710
1150 IF A1*V1+B1*V2+C1*V3=0 THEN GOTO 1240
1160 PRINT "LA RECTA CORTA AL PLANO EN EL PUNTO";
1170 M=A1*X1+B1*Y1+C1*Z1+D1
1180 N=A1*V1+B1*V2+C1*V3
1190 XC=X1-V1*M/N
1200 YC=Y1-V2*M/N
1210 ZC=Z1-V3*M/N
1220 PRINT "(";XC;",";YC;",";ZC;")"
1230 GOTO 220
1240 IF A1*X1+B1*Y1+C1*Z1+D1=0 THEN GOTO 1270
1250 PRINT "LA RECTA ES PARALELA AL PLANO"
1260 GOTO 220
1270 PRINT "LA RECTA ESTA CONTENIDA EN EL PLANO"
1280 GOTO 220
1500 REM - ENTRADA DE DATOS DE UN PUNTO -
1510 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS X0,Y0,Z0  DEL PUNTO P";
1520 INPUT X0,Y0,Z0
1530 PRINT
1540 RETURN
1550 REM - ENTRADA DE DATOS DE UNA RECTA -
1560 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. V1,V2,V3 DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA";
1570 INPUT V1,V2,V3
1580 PRINT
1590 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. X1,Y1,Z1  DE UN PUNTO DE LA RECTA";
1600 INPUT X1,Y1,Z1
1610 PRINT
1620 RETURN
1630 REM - ENTRADA DE DATOS DE OTRA RECTA -
1640 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. W1,W2,W3 DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA";
1650 INPUT W1,W2,W3
1660 PRINT
1670 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. X2,Y2,Z2  DE UN PUNTO DE LA RECTA";
1680 INPUT X2,Y2,Z2
1690 PRINT
1700 RETURN
1710 REM - ENTRADA DE DATOS DE UN PLANO -
```

```
1720 PRINT "SEA EL PLANO DE ECUACION: A1 X + B1 Y + C1 Z + D1 = O"
1730 PRINT "INTRODUZCA LOS COOEFICIENTES : A1, B1, C1, D1";
1740 INPUT A1,B1,C1,D1
1750 PRINT
1760 RETURN
1770 REM - ENTRADA DE DATOS DE OTRO PLANO -
1780 PRINT "SEA EL PLANO DE ECUACION: A2 X + B2 Y + C2 Z + D2 = O"
1790 PRINT "INTRODUZCA LAS COOEFICIENTES : A2, B2, C2, D2";
1800 INPUT A2,B2,C2,D2
1810 PRINT
1820 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. Estudiar la posición relativa de las rectas siguientes:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-7}{0} \qquad y \qquad \frac{x-2}{0} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-6}{5}$$

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 7

INTRODUZCA LAS COORD. V1,V2,V3 DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA? 2          3
 O

INTRODUZCA LAS COORD. X1,Y1,Z1  DE UN PUNTO DE LA RECTA? 1        -3        7

INTRODUZCA LAS COORD. W1,W2,W3 DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA? O          1
 5

INTRODUZCA LAS COORD. X2,Y2,Z2  DE UN PUNTO DE LA RECTA? 2        -4        6

LAS RECTAS DADAS SE CRUZAN, NO SON COPLANARIAS
```

2. Estudiar la posición relativa de la recta: $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{-3}$ y el plano $2x + z - 1 = 0$.

En caso de que sean secantes, obtener el punto de corte.

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 9

INTRODUZCA LAS COORD. V1,V2,V3 DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA? 1          2
-3

INTRODUZCA LAS COORD. X1,Y1,Z1  DE UN PUNTO DE LA RECTA? 3        4        5

SEA EL PLANO DE ECUACION: A1 X + B1 Y + C1 Z + D1 = O
INTRODUZCA LAS COOEFICIENTES : A1, B1, C1, D1? 2          O        1       -1

LA RECTA CORTA AL PLANO EN EL PUNTO( 13 , 24 ,-25 )
```

OPERACIONES CON VECTORES EN El ESPACIO AFIN EUCLIDEO

introducción:

Este programa permite realizar operaciones con vectores en el espacio afín euclideo.

Introducidas las coordenadas de los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$, al ejecutar el programa se obtiene:

1.- Las coordenadas del vector suma $\vec{v} + \vec{w}$.

2.- Las coordenadas del vector $\vec{v} - \vec{w}$.

3.- Las coordenadas del vector producto vectorial $\vec{v} \times \vec{w}$

4.- El producto escalar de $\vec{v} \cdot \vec{w}$.

5.- El módulo de $\vec{v}$.

6.- El módulo de $\vec{w}$.

7.- El ángulo que forman $\vec{v}$ y $\vec{w}$.

8.- Los ángulos que forman el vector $\vec{v}$ con cada uno de los ejes.

9.- Los ángulos que forman el vector $\vec{w}$ con cada uno de los ejes.

Los ángulos se obtienen en grados, minutos y segundos debido a la subrutina que se inicia en la linea 649.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM            O P E R A C I O N E S     C O N     V E C T O R E S
40 REM
50 REM        E N     E L     E S P A C I O     A F I N     E U C L I D E O
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "OPERACIONES CON VECTORES EN EL ESPACIO AFIN EUCLIDEO"
120 PRINT
130 G$="GRADOS"
140 M$="MINUTOS"
150 S$="SEGUNDOS"
160 PRINT
170 PRINT
180 PRINT "VECTOR V : COORDENADAS  X,Y,Z ";
```

```
190 INPUT X1,Y1,Z1
200 PRINT "VECTOR W : COORDENADAS  X,Y,Z ";
210 INPUT X2,Y2,Z2
220 PRINT
230 PRINT
240 PRINT "EL VECTOR SUMA        ES V+W = ";"(";X1+X2;",";Y1+Y2;",";Z1+Z2;")"
250 PRINT "EL VECTOR DIFERENCIA ES V-W = ";"(";X1-X2;",";Y1-Y2;",";Z1-Z2;")"
260 PRINT "EL PRODUCTO VECTORIAL  V*W  = "; "(";Y1*Z2-Z1*Y2;",";Z1*X2-X1*Z2;",";
X1*Y2-Y1*X2;")"
270 PRINT "EL PRODUCTO ESCALAR ES V.W  = ";X1*X2+Y1*Y2+Z1*Z2
280 PRINT
290 N1=SQR(X1^2+Y1^2+Z1^2)
300 N2=SQR(X2^2+Y2^2+Z2^2)
310 PRINT "EL MODULO DEL VECTOR V ES        =";N1
320 PRINT "EL MODULO DEL VECTOR W ES        =";N2
330 K=57.29578
340 D=(X1*X2+Y1*Y2+Z1*Z2)/(N1*N2)
350 A=ACS(D)*K
360 Z=A
370 GOSUB 649
380 PRINT "ANGULO QUE FORMAN LOS VECTORES V Y W        :";G;G$;M;M$;S;S$
390 A1=ACS(X1/N1)*K
400 Z=A1
410 GOSUB 649
420 PRINT "ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE X :";G;G$;M;M$;S;S$
430 A2=ACS(Y1/N1)*K
440 Z=A2
450 GOSUB 649
460 PRINT "ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE Y :";G;G$;M;M$;S;S$
470 A3=ACS(Z1/N1)*K
480 Z=A3
490 GOSUB 649
500 PRINT "ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE Z :";G;G$;M;M$;S;S$
510 B1=ACS(X2/N2)*K
520 Z=B1
530 GOSUB 649
540 PRINT "ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE X :";G;G$;M;M$;S;S$
550 B2=ACS(Y2/N2)*K
560 Z=B2
570 GOSUB 649
580 PRINT "ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE Y :";G;G$;M;M$;S;S$
590 B3=ACS(Z2/N2)*K
600 Z=B3
610 GOSUB 649
620 PRINT "ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE Z :";G;G$;M;M$;S;S$
630 END
649 REM - SUBRUTINA PARA PASAR A GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS -
650 G=INT(Z)
660 M=INT((Z-G)*60)
670 S=INT(((Z-G)*60-M)*60)
680 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. Dados los vectores $\vec{v}(11,37,-9)$ y $\vec{w}(18,-11,31)$. Hallar $\vec{v}+\vec{w}$, $\vec{v}-\vec{w}$, $\vec{v}\times\vec{w}$, $\vec{v}.\vec{w}$, $|\vec{v}|$, $|\vec{w}|$, ángulo que forman $\vec{v}$ y $\vec{w}$, ángulo que forman $\vec{v}$ con cada uno de los ejes cartesianos y ángulos que forman $\vec{w}$ con cada uno de los ejes cartesianos.

SOLUCION :

```
OPERACIONES CON VECTORES EN EL ESPACIO AFIN EUCLIDEO


VECTOR V : COORDENADAS  X,Y,Z ? 11        37      -9
VECTOR W : COORDENADAS  X,Y,Z ? 18       -11       31


EL VECTOR SUMA        ES V+W = ( 29 , 26 , 22 )
EL VECTOR DIFERENCIA ES V-W = (-7 , 48 ,-40 )
EL PRODUCTO VECTORIAL  V*W  = ( 1048 ,-503 ,-787 )
EL PRODUCTO ESCALAR ES V.W  = -488

EL MODULO DEL VECTOR V ES   = 39.635842
EL MODULO DEL VECTOR W ES   = 37.496667
ANGULO QUE FORMAN LOS VECTORES V Y W       : 109 GRADOS 10 MINUTOS 7 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE X : 73 GRADOS 53 MINUTOS 14 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE Y : 21 GRADOS 0 MINUTOS 47 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE Z : 103 GRADOS 7 MINUTOS 28 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE X : 61 GRADOS 18 MINUTOS 42 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE Y : 107 GRADOS 3 MINUTOS 33 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE Z : 34 GRADOS 14 MINUTOS 4 SEGUNDOS
```

2. Dados los vectores $\vec{v}(2,3,-1)$ y $\vec{w}(4,5,6)$. Hallar $\vec{v}+\vec{w}$, $\vec{v}-\vec{w}$, $\vec{v}x\vec{w}$, $\vec{v}.\vec{w}$, $|\vec{v}|$, $|\vec{w}|$, ángulo que forman $\vec{v}$ y $\vec{w}$, ángulo que forman $\vec{v}$ con cada uno de los ejes cartesianos y ángulos que forma $\vec{w}$ con cada uno de los ejes cartesianos.

S O L U C I O N :

```
OPERACIONES CON VECTORES EN EL ESPACIO AFIN EUCLIDEO


VECTOR V : COORDENADAS  X,Y,Z ? 2         3       -1
VECTOR W : COORDENADAS  X,Y,Z ? 4         5        6


EL VECTOR SUMA        ES V+W = ( 6 , 8 , 5 )
EL VECTOR DIFERENCIA ES V-W = (-2 ,-2 ,-7 )
EL PRODUCTO VECTORIAL  V*W  = ( 23 ,-16 ,-2 )
EL PRODUCTO ESCALAR ES V.W  =  17

EL MODULO DEL VECTOR V ES   = 3.7416574
EL MODULO DEL VECTOR W ES   = 8.7749644
ANGULO QUE FORMAN LOS VECTORES V Y W       : 58 GRADOS 49 MINUTOS 1 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE X : 57 GRADOS 41 MINUTOS 18 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE Y : 36 GRADOS 41 MINUTOS 57 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR V CON EL EJE Z : 105 GRADOS 30 MINUTOS 4 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE X : 62 GRADOS 52 MINUTOS 51 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE Y : 55 GRADOS 15 MINUTOS 48 SEGUNDOS
ANGULO QUE FORMAN EL VECTOR W CON EL EJE Z : 46 GRADOS 51 MINUTOS 41 SEGUNDOS
```

ANGULOS EN EL ESPACIO AFIN EUCLIDEO

introducción:

Este programa sirve para calcular los siguientes ángulos:

1.- Angulo entre dos rectas.

2.- Angulo entre dos planos

3.- Angulo entre recta y plano.

Con el fin de dar los resultados en grados, minutos y segundos se ha introducido una subrutina (linea 750) para pasar de radianes a grados, minutos y segundos.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM                    C A L C U L O     D E     A N G U L O S
40 REM
50 REM         E N     E L     E S P A C I O    A F I N    E U C L I D E O
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "EL PRESENTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LOS SIGUIENTES ANGULOS :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- ANGULO FORMADO POR DOS RECTAS"
140 PRINT "2.- ANGULO FORMADO POR DOS PLANOS"
150 PRINT "3.- ANGULO FORMADO POR RECTA Y PLANO"
160 PRINT
170 PRINT
180 PRINT "SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
190 INPUT L
200 PRINT
210 PRINT
220 K=57.29578
230 G$="GRADOS"
240 M$="MINUTOS"
250 S$="SEGUNDOS"
260 ON L GOTO 269,359,449
269 REM - ANGULO FORMADO POR DOS RECTAS -
270 GOSUB 800
280 GOSUB 860
290 P=V1*W1+V2*W2+V3*W3
```

```
300 D=P/(N1*N2)
310 A=ACS(D)*K
320 Z=A
330 GOSUB 750
340 PRINT "EL ANGULO FORMADO POR LAS DOS RECTAS ES =";G;G$;M;M$;S;S$
350 GOTO 160
359 REM - ANGULO FORMADO POR DOS PLANOS -
360 GOSUB 920
370 GOSUB 990
380 P=A1*A2+B1*B2+C1*C2
390 D=P/(M1*M2)
400 A=ACS(D)*K
410 Z=A
420 GOSUB 750
430 PRINT "EL ANGULO FORMADO POR LOS DOS PLANOS ES =";G;G$;M;M$;S;S$
440 GOTO 160
449 REM - ANGULO FORMADO POR RECTA Y PLANO -
450 GOSUB 800
460 GOSUB 920
470 P=V1*A1+V2*B1+V3*C1
480 D=P/(N1*M1)
490 A=ASN(D)*K
500 Z=A
510 GOSUB 750
520 PRINT "EL ANGULO FORMADO POR RECTA Y PLANO ES =";G;G$;M;M$;S;S$
530 GOTO 160
540 END
750 REM - SUBRUTINA PARA PASAR A GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS -
760 G=INT(Z)
770 M=INT((Z-G)*60)
780 S=INT(((Z-G)*60-M)*60)
790 RETURN
800 REM - ENTRADA DE LAS COORDENADAS DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R -
810 PRINT "INTRODUZCA :  LAS COORDENADAS DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R  ";
820 INPUT V1,V2,V3
830 N1=SQR(V1*V1+V2*V2+V3*V3)
840 PRINT
850 RETURN
860 REM - ENTRADA DE LAS COORDENADAS DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R' -
870 PRINT "INTRODUZCA  LAS COORDENADAS DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R' ";
880 INPUT W1,W2,W3
890 N2=SQR(W1*W1+W2*W2+W3*W3)
900 PRINT
910 RETURN
920 REM - ENTRADA DEL VECTOR NORMAL DEL PLANO  ALFA -
930 PRINT "SEA EL PLANO DE ECUACION : A1 X + B1 Y + C1 Z + D1 = 0"
940 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A1,B1,C1";
950 INPUT A1,B1,C1
960 M1=SQR(A1*A1+B1*B1+C1*C1)
970 PRINT
980 RETURN
990 REM - ENTRADA DEL VECTOR NORMAL DEL PLANO  BETA -
1000 PRINT "SEA EL PLANO DE ECUACION : A2 X + B2 Y + C2 Z + D2 = 0"
1010 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A2,B2,C2";
1020 INPUT A2,B2,C2
1030 M2=SQR(A2*A2+B2*B2+C2*C2)
1040 PRINT
1050 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el ángulo formado por las rectas:

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{4} \quad y \quad \frac{x-2}{5} = \frac{y+7}{6} = \frac{z-1}{7}$$

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 1

INTRODUZCA EL LAS COORDENADAS DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R  ? 2      3
 4

INTRODUZCA EL LAS COORDENADAS DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R' ? 5      6
 7

EL ANGULO FORMADO POR LAS DOS RECTAS ES = 7 GRADOS 28 MINUTOS 32 SEGUNDOS
```

2. Hallar el ángulo formado por la recta: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-7}{-2}$ y el plano $2x + 5y - z + 3 = 0$.

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 3

INTRODUZCA EL LAS COORDENADAS DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R  ? 1      5
-2

SEA EL PLANO DE ECUACION : A1 X + B1 Y + C1 Z + D1 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A1,B1,C1? 2          5       -1

EL ANGULO FORMADO POR RECTA Y PLANO ES = 75 GRADOS 9 MINUTOS 53 SEGUNDOS
```

3. Hallar el ángulo formado por los planos de ecuaciones:

$$x - y + 7z + 3 = 0 \qquad y \qquad -3x + 5y + 9z - 2 = 0$$

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 2

SEA EL PLANO DE ECUACION : A1 X + B1 Y + C1 Z + D1 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A1,B1,C1? 1          -1        7

SEA EL PLANO DE ECUACION : A2 X + B2 Y + C2 Z + D2 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A2,B2,C2?-3          5        9

EL ANGULO FORMADO POR LOS DOS PLANOS ES = 44 GRADOS 5 MINUTOS 46 SEGUNDOS
```

DISTANCIAS EN EL ESPACIO AFIN EUCLIDEO

introducción:

El presente programa permite calcular las siguientes distancias en el espacio afín euclideo:

1.- Distancia entre puntos.

2.- Distancia de un punto a una recta.

3.- Distancia entre rectas.

4.- Distancia de un punto a un plano.

5.- Distancia entre planos.

Para el cálculo de estas distancias, el programa analiza las distintas posiciones relativas que se pueden presentar.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM                C A L C U L O    D E    D I S T A N C I A S
40 REM
50 REM        E N    E L    E S P A C I O   A F I N   E U C L I D E O
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA CALCULA LAS SIGUIENTES DISTANCIAS"
120 PRINT
130 PRINT "1.- DISTANCIAS ENTRE PUNTOS"
140 PRINT "2.- DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA"
150 PRINT "3.- DISTANCIAS ENTRE RECTAS"
160 PRINT "4.- DISTANCIA DE UN PUNTO A UN PLANO"
170 PRINT "5.- DISTANCIA ENTRE PLANOS"
180 PRINT
190 PRINT
200 PRINT "SEGUN LA OPCION QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
210 INPUT L
220 UL$="UNIDADES LINEALES"
230 PRINT:PRINT
240 ON L GOTO 249,299,389,579,639
249 REM - CALCULO DE LA DISTANCIA ENTRE PUNTOS -
250 GOSUB 1000
260 GOSUB 1050
270 D=SQR((X1-X0)*(X1-X0)+(Y1-Y0)*(Y1-Y0)+(Z1-Z0)*(Z1-Z0))
```

```
280 PRINT "LA DISTANCIA ENTRE LOS PUNTOS P Y Q ES =";D;UL$
290 GOTO 180
299 REM - CALCULO DE LA DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA -
300 GOSUB 1000
310 GOSUB 1100
320 U1=V2*(Z1-Z0)-V3*(Y1-Y0)
330 U2=V3*(X1-X0)-V1*(Z1-Z0)
340 U3=V1*(Y1-Y0)-V2*(X1-X0)
350 P=SQR(U1*U1+U2*U2+U3*U3)
360 D=P/N1
370 PRINT "LA DISTANCIA DEL PUNTO P A LA RECTA DADA ES =";D;UL$
380 GOTO 180
389 REM - CALCULO DE LA DISTANCIA ENTRE RECTAS -
390 GOSUB 1100
400 GOSUB 1170
410 U1=V2*W3-V3*W2
420 U2=V3*W1-V1*W3
430 U3=V1*W2-W1*V2
440 N2=SQR(U1*U1+U2*U2+U3*U3)
450 IF N2=0 THEN GOTO 500
460 P=(X2-X1)*U1+(Y2-Y1)*U2+(Z2-Z1)*U3
470 D=ABS(P/N2)
480 PRINT "LA DISTANCIA ENTRE LAS RECTAS R Y R' ES =";D;UL$
490 GOTO 180
500 PRINT "LAS RECTAS SON PARALELAS Y LA DISTANCIA ES =";
510 U1=V2*(Z1-Z2)-V3*(Y1-Y2)
520 U2=V3*(X1-X2)-V1*(Z1-Z2)
530 U3=V1*(Y1-Y2)-V2*(X1-X2)
540 P=SQR(U1*U1+U2*U2+U3*U3)
550 D=P/N1
560 PRINT D;UL$
570 GOTO 180
579 REM - CALCULO DE LA DISTANCIA DE UN  PUNTO A UN PLANO -
580 GOSUB 1000
590 GOSUB 1240
600 P=A1*X0+B1*Y0+C1*Z0+D1
610 D=ABS(P/N1)
620 PRINT "LA DISTANCIA DEL PUNTO P AL PLANO DADO ES =";D;UL$
630 GOTO180
639 REM - CALCULO DE LA DISTANCIA ENTRE PLANOS -
640 GOSUB 1240
650 GOSUB 1310
660 U1=B1*C2-C1*B2
670 U2=C1*A2-A1*C2
680 U3=A1*B2-A2*B1
690 M=SQR(U1*U1+U2*U2+U3*U3)
700 IF M=0 THEN GOTO 730
710 PRINT "LA DISTANCIA ENTRE LOS PLANOS DADOS ES CERO, PUES SON SECANTES"
720 GOTO180
730 D=ABS((D1/N1)-(D2/N2))
740 PRINT "LOS PLANOS SON PARALELOS Y SU DISTANCIA ES =";D;UL$
750 GOTO 180
760 END
1000 REM - ENTRADA DE LAS COORDENADAS DEL PUNTO P -
1010 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P";
1020 INPUT X0,Y0,Z0
1030 PRINT
1040 RETURN
1050 REM - ENTRADA DE LAS COORDENADAS DEL PUNTO Q -
1060 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO Q";
1070 INPUT X1,Y1,Z1
1080 PRINT
1090 RETURN
```

```
1100 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R ";
1110 INPUT V1,V2,V3
1120 N1=SQR(V1*V1+V2*V2+V3*V3)
1130 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DE UN PUNTO DE LA RECTA R";
1140 INPUT X1,Y1,Z1
1150 PRINT
1160 RETURN
1170 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R'";
1180 INPUT W1,W2,W3
1190 N2=SQR(W1*W1+W2*W2+W3*W3)
1200 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DE UN PUNTO DE LA RECTA R'";
1210 INPUT X2,Y2,Z2
1220 PRINT
1230 RETURN
1240 REM - ENTRADA DE DATOS DE UN PLANO -
1250 PRINT "SEA EL PLANO DE ECUACION : A1 X + B1 Y + C1 Z + D1 = 0"
1260 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A1,B1,C1,D1";
1270 INPUT A1,B1,C1,D1
1280 N1=SQR(A1*A1+B1*B1+C1*C1)
1290 PRINT
1300 RETURN
1310 REM - ENTRADA DE DATOS DE OTRO PLANO -
1320 PRINT "SEA EL PLANO DE ECUACION : A2 X + B2 Y + C2 Z + D2 = 0"
1330 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A2,B2,C2,D2";
1340 INPUT A2,B2,C2,D2
1350 N2=SQR(A2*A2+B2*B2+C2*C2)
1360 PRINT
1370 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar la distancia del punto P (2,4,-7) a la recta:

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+2}{6}$$

SOLUCION :

```
SEGUN LA OPCION QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 2


INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P? 2          4        -7

INTRODUZCA LAS COORD. DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R ? 1        2        6
INTRODUZCA LAS COORD. DE UN PUNTO DE LA RECTA R-1          5        -2

LA DISTANCIA DEL PUNTO P A LA RECTA DADA ES = 3.8062849 UNIDADES LINEALES
```

2. Hallar la distancia entre el punto P(1,5,9) y el plano 9x+2y+3z+1=0

SOLUCION :

```
SEGUN LA OPCION QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 4


INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P? 1          5        9

SEA EL PLANO DE ECUACION : A1 X + B1 Y + C1 Z + D1 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A1,B1,C1,D1 9          2        3        1

LA DISTANCIA DEL PUNTO P AL PLANO DADO ES = 4.8476799 UNIDADES LINEALES
```

3. Hallar la distancia entre las rectas:

$$\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1} \qquad y \qquad \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{0} = \frac{z-1}{0}$$

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 3

INTRODUZCA LAS COORD. DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R ? 2      1      -1
INTRODUZCA LAS COORD. DE UN PUNTO DE LA RECTA R 0        1      0

INTRODUZCA LAS COORD. DEL VECTOR DIRECTOR DE LA RECTA R' 1      0      0
INTRODUZCA LAS COORD. DE UN PUNTO DE LA RECTA R'? 2      3      1

LA DISTANCIA ENTRE LAS RECTAS R Y R' ES = 2.1213203 UNIDADES LINEALES
```

4. Hallar la distancia entre los planos $2x + 3y - 7z + 1 = 0$ y $4x + 6y - 14z + 5 = 0$.

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 5

SEA EL PLANO DE ECUACION : A1 X + B1 Y + C1 Z + D1 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A1,B1,C1,D1 2        3      -7      1

SEA EL PLANO DE ECUACION : A2 X + B2 Y + C2 Z + D2 = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A2,B2,C2,D2? 4       6      -14     5

LOS PLANOS SON PARALELOS Y SU DISTANCIA ES = .19050019 UNIDADES LINEALES
```

AREAS Y VOLUMENES EN EL ESPACIO AFIN EUCLIDEO

introducción:

Este programa permite calcular las siguientes áreas y volumenes:

1.- Area de un triángulo en el espacio.

2.- Area de un paralelogramo en el espacio.

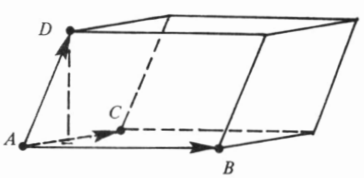
3.- Volúmen del tetraedro.

4.- Volúmen del paralelepipedo.

Para su ejecución es necesario introducir las coordenadas de los vértices.

En el caso del paralelogramo basta con conocer tres de los vértices, pues el otro queda univocamente determinado.

En el caso del paralelepipedo de vértices ABCDEFGH basta con conocer los vértices A,B,C, y D que proporcionen las dimensiones del paralelepipedo.



listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM        C A L C U L O     D E     A R E A S     Y     V O L U M E N E S
40 REM
50 REM         E N     E L     E S P A C I O     A F I N     E U C L I D E O
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LAS AREAS Y VOLUMENES SIGUIENTES :"
120 PRINT
130 PRINT
140 PRINT "1.- AREA DEL TRIANGULO DETERMINADO POR TRES PUNTOS NO ALINEADOS"
150 PRINT "2.- AREA DEL PARALELOGRAMO"
```

```
160 PRINT "3.- VOLUMEN DEL TETRAEDRO DETERMINADO POR 4 PUNTOS NO COPLANARIOS"
170 PRINT "4.- VOLUMEN DEL PARALELEPIPEDO"
180 PRINT
190 PRINT
200 PRINT "SEGUN LA OPCION QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
210 INPUT L
220 PRINT
230 PRINT
240 UC$="UNIDADES CUADRADAS":U$="UNIDADES CUBICAS"
250 ON L GOTO 259,299,349,409
259 REM - CALCULO DEL AREA DE UN TRIANGULO EN EL ESPACIO CONOCIDOS SUS VERTICES-
260 GOSUB 600
270 D=M/2
280 PRINT "EL AREA DEL TRIANGULO ABC  ES =";D;UC$
290 GOTO 180
299 REM - CALCULO DEL AREA DE UN PARALELOGRAMO -
300 PRINT "POR SER PARALELOGRAMO, BASTA CON DAR LAS COORD. DE TRES VERTICES"
310 PRINT
320 GOSUB 600
330 PRINT "EL AREA DEL PARALELOGRAMO ABCD  ES =";M;UC$
340 GOTO 180
349 REM - CALCULO DEL VOLUMEN DE UN TETRAEDRO DETERMINADO POR CUATRO PUNTOS -
350 REM - NO COPLANARIOS -
360 GOSUB 600
370 GOSUB 750
380 D=P/6
390 PRINT "EL VOLUMEN DEL TETRAEDRO ABCD ES = ";D;U$
400 GOTO 180
409 REM - CALCULO DEL VOLUMEN DEL PARALELEPIPEDO -
410 PRINT "POR SER PARALELEPIDEDO BASTA DAR LAS COORDENADAS DE LOS CUATRO"
420 PRINT "VERTICES A,B,C,D, QUE DEFINEN SUS DIMENSIONES"
430 PRINT
440 GOSUB 600
450 GOSUB 750
460 D=P
470 PRINT "EL VOLUMEN DEL PARALELEPIPEDO ABCDEFGH  ES =";D;U$
480 GOTO 180
490 END
600 REM - ENTRADA DE LAS COORDENADAS DE TRES PUNTOS -
610 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DEL PUNTO A";
620 INPUT X0,Y0,Z0
630 PRINT
640 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DEL PUNTO B";
650 INPUT X1,Y1,Z1
660 PRINT
670 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DEL PUNTO C";
680 INPUT X2,Y2,Z2
690 U1=(Y1-Y0)*(Z2-Z0)-(Z1-Z0)*(Y2-Y0)
700 U2=(Z1-Z0)*(X2-X0)-(X1-X0)*(Z2-Z0)
710 U3=(X1-X0)*(Y2-Y0)-(Y1-Y0)*(X2-X0)
720 M=SQR(U1*U1+U2*U2+U3*U3)
730 PRINT
740 RETURN
750 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DEL PUNTO D";
760 INPUT X3,Y3,Z3
770 P=ABS((X3-X0)*U1+(Y3-Y0)*U2+(Z3-Z0)*U3)
780 PRINT
790 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el área de un triángulo determinado por los vértices A,B,C siendo A(2,3,-5), B(1,9,0) y C(0,-2,3)

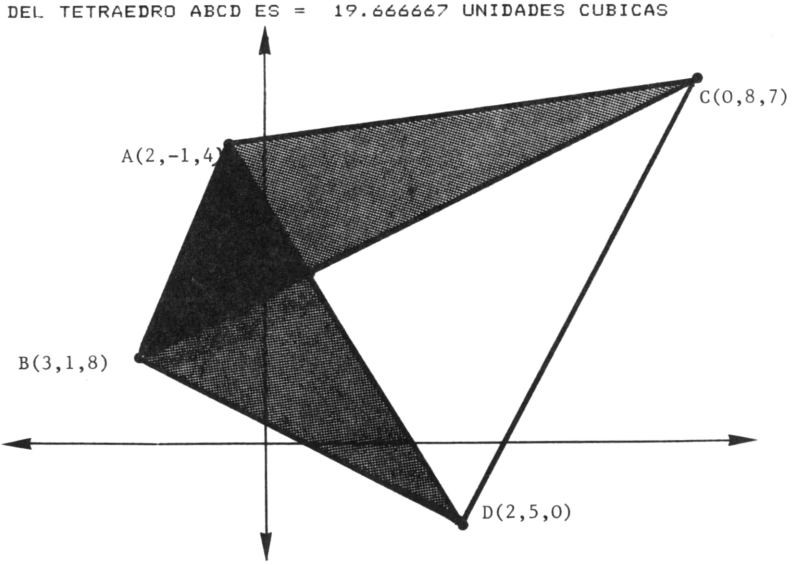
S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 1

INTRODUZCA LAS COORD. DEL PUNTO A? 2     3      -5

INTRODUZCA LAS COORD. DEL PUNTO B? 1     9       0

INTRODUZCA LAS COORD. DEL PUNTO C? 0    -2       3

EL AREA DEL TRIANGULO ABC  ES = 37.489999 UNIDADES CUADRADAS
```

2. Hallar el volúmen del tetraedro de vértices A(2,-1,4), B(3,1,8), C(0,8,7) y D(2,5,0)

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION QUE DESEE, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 3

INTRODUZCA LAS COORD. DEL PUNTO A? 2    -1       4

INTRODUZCA LAS COORD. DEL PUNTO B? 3     1       8

INTRODUZCA LAS COORD. DEL PUNTO C? 0     8       7

INTRODUZCA LAS COORD. DEL PUNTO D? 2     5       0

EL VOLUMEN DEL TETRAEDRO ABCD ES =  19.666667 UNIDADES CUBICAS
```



MOVIMIENTOS EN EL ESPACIO

introducción:

El presente programa permite calcular las coordenadas del transformado de un punto P en los siguientes movimientos:

1.- Translación en el espacio.

2.- Simetría central.

3.- Simetría axial.

4.- Simetría especular.

5.- Giro en el espacio.

Si se desea se puede introducir en 1075 una instrucción con el fin de redondear a 2, 3, etc, cifras decimales los valores de x_3, y_3, z_3 que son las coordenadas del punto P' transformado de P.

Si se quiere hacer productos de movimientos, basta con irlos ejecutando en el orden pedido, dado que el producto de movimientos no es conmutativo.

listado del programa:

```
10 REM ***************************************************************************
20 REM
30 REM                    M O V I M I E N T O S     E N     E L
40 REM
50 REM                                E S P A C I O
60 REM
70 REM ***************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LO SIGUIENTE :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- TRASLACION EN EL ESPACIO"
140 PRINT "2.- SIMETRIA CENTRAL EN EL ESPACIO"
150 PRINT "3.- SIMETRIA AXIAL EN EL ESPACIO"
160 PRINT "4.- SIMETRIA ESPECULAR EN EL ESPACIO"
170 PRINT "5.- GIRO RESPECTO A UN EJE QUE PASA POR EL ORIGEN"
200 PRINT
210 PRINT
220 PRINT "SEGUN EL MOVIMIENTO DESEADO, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
230 INPUT L
240 PRINT
```

```
250 PRINT
260 ON L GOTO 269,349,429,559,669
269 REM - TRASLACION EN EL ESPACIO -
270 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS (V1,V2,V3) DEL VECTOR GUIA";
280 INPUT V1,V2,V3
290 GOSUB 1000
300 X3=X0+V1
310 Y3=Y0+V2
320 Z3=Z0+V3
330 GOSUB 1050
340 GOTO 200
349 REM - SIMETRIA CENTRAL EN EL ESPACIO -
350 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE SIMETRIA";
360 INPUT X2,Y2,Z2
370 GOSUB 1000
380 X3=2*X2-X0
390 Y3=2*Y2-Y0
400 Z3=2*Z2-Z0
410 GOSUB 1050
420 GOTO 200
429 REM - SIMETRIA AXIAL EN EL ESPACIO -
430 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DEL VECTOR DIRECTOR DEL EJE DE SIMETRIA"
440 INPUT V1,V2,V3
450 PRINT
460 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE UN PUNTO DEL EJE DE SIMETRIA"
470 INPUT X1,Y1,Z1
480 GOSUB 1000
490 M=(X0-X1)*V1+(Y0-Y1)*V2+(Z0-Z1)*V3
500 N=V1*V1+V2*V2+V3*V3
510 X3=2*X1-X0+2*M*V1/N
520 Y3=2*Y1-Y0+2*M*V2/N
530 Z3=2*Z1-Z0+2*M*V3/N
540 GOSUB 1050
550 GOTO 200
559 REM - SIMETRIA ESPECULAR EN EL ESPACIO -
560 PRINT "SEA EL PLANO DE SIMETRIA DE ECUACION : AX + BY + CZ + D = 0"
570 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C,D";
580 INPUT A,B,C,D
590 GOSUB 1000
600 M=A*A+B*B+C*C
610 N=A*X0+B*Y0+C*Z0+D
620 X3=X0-2*A*N/M
630 Y3=Y0-2*B*N/M
640 Z3=Z0-2*C*N/M
650 GOSUB 1050
660 GOTO 200
669 REM - GIRO RESPECTO A UN EJE QUE PASA POR EL ORIGEN -
670 PRINT "INTRODUZCA LAS CORDENADAS DEL VECTOR DIRECTOR DEL EJE";
680 INPUT V1,V2,V3
690 GOSUB 1000
700 M=SQR(V1*V1+V2*V2+V3*V3)
710 W1=V1/M
720 W2=V2/M
730 W3=V3/M
740 PRINT
750 PRINT "INTRODUZCA EL ANGULO DE GIRO EN RADIANES";
760 INPUT R
770 T=1-COS(R)
780 X3=(T*W1*W1+COS(R))*X0+(T*W1*W2+W3*SIN(R))*Y0+(T*W1*W3-W2*SIN(R))*Z0
790 Y3=(T*W1*W2-W3*SIN(R))*X0+(T*W2*W2+COS(R))*Y0+(T*W2*W3+W1*SIN(R))*Z0
800 Z3=(T*W1*W3+W2*SIN(R))*X0+(T*W2*W3-W1*SIN(R))*Y0+(T*W3*W3+COS(R))*Z0
810 GOSUB 1050
1000 REM - ENTRADA DE LAS COORDENADAS DEL PUNTO P  A TRANSFORMAR -
```

```
1010 PRINT
1020 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P  QUE DESEA TRANSFORMAR";
1030 INPUT XO,YO,ZO
1040 RETURN
1050 REM - SALIDA DEL RESULTADO -
1060 PRINT
1070 PRINT
1080 PRINT "EL HOMOLOGO DEL PUNTO DADO ES (";X3;",";Y3;",";Z3;")"
1090 RETURN
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el simétrico del punto P(1,2,-3) respecto de la recta de ecuacion:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{3}$$

S O L U C I O N :

```
SEGUN EL MOVIMIENTO DESEADO, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 3


INTRODUZCA LAS COORD. DEL VECTOR DIRECTOR DEL EJE DE SIMETRIA
? 2      -1        3

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE UN PUNTO DEL EJE DE SIMETRIA
? 1       3        2

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P  QUE DESEA TRANSFORMAR? 1          2
-3


EL HOMOLOGO DEL PUNTO DADO ES (-3 , 6 , 1 )
```

2. Hallar el simétrico del punto P(2,1,0) respecto del plano de ecuación: $-x + 5y + 4z + 2 = 0$.

S O L U C I O N :

```
SEGUN EL MOVIMIENTO DESEADO, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 4


SEA EL PLANO DE SIMETRIA DE ECUACION : AX + BY + CZ + D = 0
INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C,D?-1    5        4        2

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P  QUE DESEA TRANSFORMAR? 2          1
 0


EL HOMOLOGO DEL PUNTO DADO ES ( 2.2380952 ,-.19047619 ,-.95238095 )
```

HOMOTECIA EN EL ESPACIO

introducción:

El presente programa permite calcular el homólogo de un punto $P(x_1,y_1,z_1)$ en una homotecia de $C(x_o,y_o,z_o)$ y razón K. También calcula los centros de homotecia y las razones en que dos esferas E_1 y E_2 se corresponden. Para ello es preciso, introducir los centros y los radios de cada una de las esferas.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    H O M O T E C I A     E N     E L
40 REM
50 REM                              E S P A C I O
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LO SIGUIENTE :"
120 PRINT
130 PRINT "1.-EL HOMOTETICO DE UN PUNTO P(X1,Y1,Z1) EN UNA HOMOTECIA DE RAZON K"
140 PRINT "   Y CENTRO EL PUNTO C (XO,YO,ZO)"
150 PRINT "2.-LOS CENTROS DE HOMOTECIAS DE DOS ESFERAS HOMOTETICAS"
160 PRINT
170 PRINT
180 PRINT "SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
190 INPUT L
200 PRINT
210 PRINT
220 IF L=2 THEN GOTO 369
229 REM - CALCULO DEL HOMOTETICO DE UN PUNTO -
230 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA C ";
240 INPUT XO,YO,ZO
250 PRINT "INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA  K =";
260 INPUT K
270 PRINT
280 PRINT "INTRODUZCA LAS COOR. DEL PUNTO P QUE QUIERE TRANSFORMAR";
290 INPUT X1,Y1,Z1
300 PRINT
310 PRINT
320 X2=XO*(1-K)+K*X1
330 Y2=YO*(1-K)+K*Y1
```

```
340 Z2=Z0*(1-K)+K*Z1
350 PRINT "EL HOMOTETICO DEL PUNTO P ES EL PUNTO P' (";X2;",";Y2;",";Z2;")"
360 GOTO 160
369 REM - CALCULO DE LOS CENTROS DE HOMOTECIA DE DOS ESFERAS -
370 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DEL CENTRO DE LA ESFERA E1";
380 INPUT A1,B1,C1
390 PRINT "INTRODUZCA EL RADIO DE LA ESFERA E1 ";
400 INPUT R1
410 PRINT
420 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DEL CENTRO DE LA ESFERA E2";
430 INPUT A2,B2,C2
440 PRINT "INTRODUZCA EL RADIO DE LA ESFERA E2 ";
450 INPUT R2
460 PRINT
470 XD=(A2*R1-R2*A1)/(R1-R2)
480 YD=(B2*R1-R2*B1)/(R1-R2)
490 ZD=(C2*R1-R2*C1)/(R1-R2)
500 XI=(A2*R1+R2*A1)/(R1+R2)
510 YI=(B2*R1+R2*B1)/(R1+R2)
520 ZI=(C2*R1+R2*C1)/(R1+R2)
530 PRINT
540 PRINT "EL CENTRO DE HOMOTECIA DIRECTA ES  (";XD;",";YD;",";ZD;")"
550 PRINT "RAZON";R2/R1
560 PRINT
570 PRINT "EL CENTRO DE HOMOTECIA INVERSA ES  (";XI;",";YI;",";ZI;")"
580 PRINT "RAZON";-R1/R2
590 GOTO 160
600 END
```

ejercicios resueltos:

1. Dadas las esferas de ecuaciones: $x^2+y^2+z^2=4$ y $x^2+(y-6)^2+z^2 = 16$

Hallar los centros de homotecia directa e inversa, asi como las razones de homotecia en que dichas esferas se corresponden.

S O L U C I O N :

```
SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 2


INTRODUZCA LAS COORD. DEL CENTRO DE LA ESFERA E1? 0       0       0
INTRODUZCA EL RADIO DE LA ESFERA E1 ? 2

INTRODUZCA LAS COORD. DEL CENTRO DE LA ESFERA E2? 0       6       0
INTRODUZCA EL RADIO DE LA ESFERA E2 ? 4


EL CENTRO DE HOMOTECIA DIRECTA ES  ( 0 ,-6 , 0 )
RAZON 2

EL CENTRO DE HOMOTECIA INVERSA ES  ( 0 , 2 , 0 )
RAZON -.5
```

2. En una homotecia de centro C(2,-1,6) y razón K = 6. Hallar el homólogo del punto (-1,-3,2).

S O L U C I O N :

```
ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LO SIGUIENTE :

1.-EL HOMOTETICO DE UN PUNTO P(X1,Y1,Z1) EN UNA HOMOTECIA DE RAZON K
   Y CENTRO EL PUNTO C (XO,YO,ZO)
2.-LOS CENTROS DE HOMOTECIAS DE DOS ESFERAS HOMOTETICAS


SEGUN LA OPCION DESEADA, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 1


INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA C ? 2        -1        6
INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA  K =? 6

INTRODUZCA LAS COOR. DEL PUNTO P QUE QUIERE TRANSFORMAR?-1      -3        2


EL HOMOTETICO DEL PUNTO P ES EL PUNTO P' (-16 ,-13 ,-18 )
```

SEMEJANZA EN EL ESPACIO

introducción:

Este programa sirve para calcular el transformado de un punto P en una semejanza en el espacio.

Se llama semejanza en el espacio, al producto de un movimiento en el espacio por una homotecia o viceversa.

listado del programa:

```
10 REM ************************************************************************
20 REM
30 REM                    S E M E J A N Z A     E N     E L
40 REM
50 REM                              E S P A C I O
60 REM
70 REM ************************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LO SIGUIENTE :"
120 PRINT
130 PRINT "1.- TRASLACION POR HOMOTECIA"
140 PRINT "2.- HOMOTECIA POR TRASLACION"
150 PRINT "3.- SIMETRIA CENTRAL POR HOMOTECIA"
160 PRINT "4.- HOMOTECIA POR SIMETRIA CENTRAL"
170 PRINT "5.- SIMETRIA AXIAL POR HOMOTECIA"
180 PRINT "6.- HOMOTECIA POR SIMETRIA AXIAL"
190 PRINT "7.- SIMETRIA ESPECULAR POR HOMOTECIA"
200 PRINT "8.- HOMOTECIA POR SIMETRIA ESPECULAR"
210 PRINT "9.- GIRO DE EJE QUE PASA POR EL ORIGEN POR HOMOTECIA"
220 PRINT "10.-HOMOTECIA POR GIRO DE EJE QUE PASA POR EL ORIGEN"
230 PRINT
240 PRINT
250 PRINT
260 PRINT "SEGUN EL MOVIMIENTO DESEADO, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE";
270 INPUT L
280 PRINT
290 PRINT
300 ON L GOTO 309,369,429,489,549,609,669,729,789,849
309 REM - TRASLACION POR HOMOTECIA -
310 GOSUB 1000
320 GOSUB 1200
330 GOSUB 1860
```

```
340 GOSUB 1750
350 GOSUB 1050
360 GOTO 230
369 REM - HOMOTECIA POR TRASLACION -
370 GOSUB 1000
380 GOSUB 1750
390 GOSUB 1860
400 GOSUB 1200
410 GOSUB 1050
420 GOTO 230
429 REM - SIMETRIA CENTRAL POR HOMOTECIA -
430 GOSUB 1000
440 GOSUB 1279
450 GOSUB 1860
460 GOSUB 1750
470 GOSUB 1050
480 GOTO 230
489 REM - HOMOTECIA POR SIMETRIA CENTRAL -
490 GOSUB 1000
500 GOSUB 1750
510 GOSUB 1860
520 GOSUB 1279
530 GOSUB 1050
540 GOTO 230
549 REM - SIMETRIA AXIAL POR HOMOTECIA -
550 GOSUB 1000
560 GOSUB 1350
570 GOSUB 1860
580 GOSUB 1750
590 GOSUB 1050
600 GOTO 230
609 REM - HOMOTECIA POR SIMETRIA AXIAL -
610 GOSUB 1000
620 GOSUB 1750
630 GOSUB 1860
640 GOSUB 1350
650 GOSUB 1050
660 GOTO 230
669 REM - SIMETRIA ESPECULAR POR HOMOTECIA -
670 GOSUB 1000
680 GOSUB 1480
690 GOSUB 1860
700 GOSUB 1750
710 GOSUB 1050
720 GOTO 230
729 REM - HOMOTECIA POR SIMETRIA ESPECULAR -
730 GOSUB 1000
740 GOSUB 1750
750 GOSUB 1860
760 GOSUB 1480
770 GOSUB 1050
780 GOTO 230
789 REM- GIRO DE EJE QUE PASA POR EL ORIGEN POR HOMOTECIA -
790 GOSUB 1000
800 GOSUB 1590
810 GOSUB 1860
820 GOSUB 1750
830 GOSUB 1050
840 GOTO 230
849 REM - HOMOTECIA POR GIRO DE EJE QUE PASA POR EL ORIGEN -
850 GOSUB 1000
860 GOSUB 1750
870 GOSUB 1860
```

```
880 GOSUB 1590
890 GOSUB 1050
900 GOTO 230
1000 REM - ENTRADA DE LAS COORDENADAS DEL PUNTO P  A TRANSFORMAR -
1010 PRINT
1020 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P  QUE DESEA TRANSFORMAR";
1030 INPUT X0,Y0,Z0
1040 PRINT:RETURN
1050 REM - SALIDA DEL RESULTADO -
1060 PRINT
1070 PRINT
1080 PRINT "EL HOMOLOGO DEL PUNTO DADO ES P' (";X3;",";Y3;",";Z3;")"
1090 RETURN
1200 REM - TRASLACION EN EL ESPACIO -
1210 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS (V1,V2,V3) DEL VECTOR GUIA";
1220 INPUT V1,V2,V3
1230 X3=X0+V1
1240 Y3=Y0+V2
1250 Z3=Z0+V3
1260 PRINT
1270 RETURN
1279 REM - SIMETRIA CENTRAL EN EL ESPACIO -
1280 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE SIMETRIA";
1290 INPUT X2,Y2,Z2
1300 X3=2*X2-X0
1310 Y3=2*Y2-Y0
1320 Z3=2*Z2-Z0
1330 PRINT
1340 RETURN
1350 REM - SIMETRIA AXIAL EN EL ESPACIO -
1360 PRINT "INTRODUZCA LAS COORD. DEL VECTOR DIRECTOR DEL EJE DE SIMETRIA"
1370 INPUT U1,U2,U3
1380 PRINT
1390 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE UN PUNTO DEL EJE DE SIMETRIA"
1400 INPUT X1,Y1,Z1
1410 M=(X0-X1)*U1+(Y0-Y1)*U2+(Z0-Z1)*U3
1420 N=U1*U1+U2*U2+U3*U3
1430 X3=2*X1-X0+2*M*U1/N
1440 Y3=2*Y1-Y0+2*M*U2/N
1450 Z3=2*Z1-Z0+2*M*U3/N
1460 PRINT
1470 RETURN
1480 REM - SIMETRIA ESPECULAR EN EL ESPACIO -
1490 PRINT "SEA EL PLANO DE SIMETRIA DE ECUACION : AX + BY + CZ + D = 0"
1500 PRINT "INTRODUZCA LOS COEFICIENTES A,B,C,D";
1510 INPUT A,B,C,D
1520 M=A*A+B*B+C*C
1530 N=A*X0+B*Y0+C*Z0+D
1540 X3=X0-2*A*N/M
1550 Y3=Y0-2*B*N/M
1560 Z3=Z0-2*C*N/M
1570 PRINT
1580 RETURN
1590 REM - GIRO RESPECTO A UN EJE QUE PASA POR EL ORIGEN -
1600 PRINT "INTRODUZCA LAS CORDENADAS DEL VECTOR DIRECTOR DEL EJE";
1610 INPUT V1,V2,V3
1620 M=SQR(V1*V1+V2*V2+V3*V3)
1630 W1=V1/M
1640 W2=V2/M
1650 W3=V3/M
1660 PRINT
1670 PRINT "INTRODUZCA EL ANGULO DE GIRO EN RADIANES";
1680 INPUT R
```

```
1690 T=1-COS(R)
1700 X3=(T*W1*W1+COS(R))*XO+(T*W1*W2+W3*SIN(R))*YO+(T*W1*W3-W2*SIN(R))*ZO
1710 Y3=(T*W1*W2-W3*SIN(R))*XO+(T*W2*W2+COS(R))*YO+(T*W2*W3+W1*SIN(R))*ZO
1720 Z3=(T*W1*W3+W2*SIN(R))*XO+(T*W2*W3-W1*SIN(R))*YO+(T*W3*W3+COS(R))*ZO
1730 PRINT
1740 RETURN
1750 REM - HOMOTECIA EN EL ESPACIO -
1760 PRINT "INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA";
1770 INPUT C1,C2,C3
1780 PRINT
1790 PRINT "INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA";
1800 INPUT K
1810 X3=C1*(1-K)+K*XO
1820 Y3=C2*(1-K)+K*YO
1830 Z3=C3*(1-K)+K*ZO
1840 PRINT
1850 RETURN
1860 XO=X3
1870 YO=Y3
1880 ZO=Z3
1890 RETURN
1900 END
```

ejercicios resueltos:

1. Hallar el homólogo del punto (2,3,0) en una semejenza en el espacio, que se obtiene como producto de una homotecia de centro C(-1,5,2) y razón k = 3 por una simetría axial de eje e cuya ecuación es:

$$\frac{x}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-1}{3}$$

S O L U C I O N :

```
ESTE PROGRAMA PERMITE CALCULAR LO SIGUIENTE :

1.- TRASLACION POR HOMOTECIA
2.- HOMOTECIA POR TRASLACION
3.- SIMETRIA CENTRAL POR HOMOTECIA
4.- HOMOTECIA POR SIMETRIA CENTRAL
5.- SIMETRIA AXIAL POR HOMOTECIA
6.- HOMOTECIA POR SIMETRIA AXIAL
7.- SIMETRIA ESPECULAR POR HOMOTECIA
8.- HOMOTECIA POR SIMETRIA ESPECULAR
9.- GIRO DE EJE QUE PASA POR EL ORIGEN POR HOMOTECIA
10.-HOMOTECIA POR GIRO DE EJE QUE PASA POR EL ORIGEN


SEGUN EL MOVIMIENTO DESEADO, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 6


INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P  QUE DESEA TRANSFORMAR? 2    3    0


INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA?-1    5       2

INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA? 3
```

```
INTRODUZCA LAS COORD. DEL VECTOR DIRECTOR DEL EJE DE SIMETRIA
? 2       5        3

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DE UN PUNTO DEL EJE DE SIMETRIA
? 0      -1        1


EL HOMOLOGO DEL PUNTO DADO ES P' (-7.8947368 ,-.73684211 , 6.1578947 )
```

2. Hallar el transformado del punto P(2,-1,5) en una semejanza que se obtiene, como producto de una homotecia de centro C(0,8,-1) y razón k = 3 por una simetría central de centro S(1,2,3).

S O L U C I O N :

```
SEGUN EL MOVIMIENTO DESEADO, PULSE EL NUMERO QUE LE PRECEDE? 4


INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL PUNTO P  QUE DESEA TRANSFORMAR? 2          -1
 5

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE HOMOTECIA? 0     8       -1

INTRODUZCA LA RAZON DE HOMOTECIA? 3

INTRODUZCA LAS COORDENADAS DEL CENTRO DE SIMETRIA? 1      2        3


EL HOMOLOGO DEL PUNTO DADO ES P' (-4 , 23 ,-11 )
```

ORDENACION ALFABETICA DE NOMBRES

introducción:

Este programa permite ordenar alfabéticamente una lista de nombres.

El método seguido es el de intercambio que consiste en comparar (linea 220) dos nombres, de manera que si están bien ordenados se pasa al siguiente nombre y en caso contrario se realiza un intercambio con una variable auxiliar X$.

En el programa inicial es necesario saber cuantos nombres queremos ordenar, con ese valor se dimensiona la variable A$.

En caso de que no sepamos en número de nombres a ordenar, se ofrece, a continuación del programa, otra alternativa, para la cual, suponemos que el numero de nombres a ordenar es menor o igual a 200. En caso contrario se varía la instrucción 110, con el valor deseado.

listado del programa:

```
10 REM ***********************************************************************
20 REM
30 REM                    O R D E N A C I O N     A L F A B E T I C A
40 REM
50 REM                 D E   U N A   L I S T A    D E    N O M B R E S
60 REM
70 REM ***********************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "CUANTOS NOMBRES DESEA ALFABETIZAR   N =";
120 INPUT N
130 PRINT
140 DIM A$(N)
150 PRINT "INTRODUZCA CADA NOMBRE, EN CUALQUIER ORDEN Y PULSE <ENTER>"
160 PRINT
170 FOR I=1 TO N
180 INPUT A$(I)
190 NEXT I
200 FOR  J=1 TO N-1
210 FOR K=J+1 TO N
220 IF A$(J)<A$(K) THEN 270
230 X$=A$(J)
240 A$(J)=A$(K)
250 A$(K)=X$
```

```
260 NEXT K
270 NEXT J
280 PRINT
290 PRINT "EL ORDEN ALFABETICO DE LOS NOMBRES DADOS ES EL SIGUIENTE :"
300 PRINT
310 FOR I=1 TO N
320 PRINT I;".- ";A$(I)
330 NEXT I
340 END
```

```
110 DIM A$(200)
120 PRINT "INTRODUZCA CADA NOMBRE, EN CUALQUIER ORDEN Y PULSE <ENTER>"
130 PRINT "PARA ACABAR INTRODUZCA ZZZ"
140 PRINT
150 I=1
160 INPUT A$(I)
170 IF A$(I)="ZZZ" THEN GOTO 190
180 I=I+1:GOTO160
190 N=I
```

ejercicios resueltos:

1. Ordenar alfabeticamente los siguientes nombres: Juan Gomez Garcia, Pedro Martinez Sanchez, Amalia Perez Pradera, Crescencio Turegano Pelaez, Maria Dolores Fuertes Isasi, Juan Diaz Cardiel, Julio Cerezuelo Gomez, Jose Cabezas Sanz.

S O L U C I O N :

```
INTRODUZCA CADA NOMBRE, EN CUALQUIER ORDEN, Y PULSE <ENTER>
PARA ACABAR INTRODUZCA  ZZZ

?JUAN GOMEZ GARCIA
?PEDRO MARTINEZ SANCHEZ
?AMALIA PEREZ PRADERA
?CRESCENCIO TUREGANO PELAEZ
?ARISTONICA GUTIERREZ ALVAREZ
?MARIA DOLORES FUERTES ISASI
?JUAN DIAZ CARDIEL
?JULIO CEREZUELO GOMEZ
?JOSE CABEZAS SANZ
?ZZZ

EL ORDEN ALFABETICO DE LOS NOMBRES DADOS ES EL SIGUIENTE :

 1 .- AMALIA PEREZ PRADERA
 2 .- ARISTONICA GUTIERREZ ALVAREZ
 3 .- CRESCENCIO TUREGANO PELAEZ
 4 .- JOSE CABEZAS SANZ
 5 .- JUAN DIAZ CARDIEL
 6 .- JUAN GOMEZ GARCIA
 7 .- JULIO CEREZUELO GOMEZ
 8 .- MARIA DOLORES FUERTES ISASI
 9 .- PEDRO MARTINEZ SANCHEZ
 10 .- ZZZ
```

ORDENACION ASCENDENTE DE NUMEROS

introducción:

Este programa permite ordenar de menor a mayor una lista de números. En esencia, el programa es idéntico al anterior sin más, que tener en cuenta que la variable ahora es númerica, por tanto la representaremos por A(I).

A continuación del programa inicial se ofrece otra alternativa a las lineas 110-190, para el caso en que no sepamos cuantos números queremos ordenar. En este caso, hemos supuesto que los números a ordenar no exceden de 200, en caso contrario varíese la instrucción 110.

listado del programa:

```
10 REM ******************************************************************
20 REM
30 REM                 O R D E N A C I O N    A S C E N D E N T E
40 REM
50 REM              D E   U N A   L I S T A    D E    N U M E R O S
60 REM
70 REM ******************************************************************
100 PRINT
110 PRINT "CUANTOS NUMEROS DESEA ORDENAR  M =";
120 INPUT N
130 PRINT
140 DIM A(N)
150 PRINT "INTRODUZCA CADA NUMERO, EN CUALQUIER ORDEN, Y PULSE <ENTER>"
160 PRINT
170 FOR I=1 TO N
180 INPUT A(I)
190 NEXT I
200 FOR J=1 TO N-1
210 FOR K=J+1 TO N
220 IF A(J)<A(K) THEN 260
230 X=A(J)
240 A(J)=A(K)
250 A(K)=X
260 NEXT K
270 NEXT J
280 PRINT
290 PRINT "EL ORDEN ASCENDENTE DE LOS NUMEROS DADOS ES EL SIGUIENTE :"
300 PRINT
```

```
310 FOR I=1 TO N
320 PRINT A(I)
330 NEXT I
340 END
```

```
110 DIM A(200)
120 PRINT "INTRODUZCA CADA NUMERO, EN CUALQUIER ORDEN Y PULSE <ENTER>"
130 PRINT "PARA ACABAR PULSE 0000"
140 PRINT
150 I=1
160 INPUT A(I)
170 IF A(I)=0000 THEN GOTO 190
180 I=I+1:GOTO160
190 N=I
```

ejercicios resueltos:

1. Ordenar de menor a mayor los siguientes números: 38473535,38381319, 46638972,34251878,31988989,13140483,49989696,42559598,98995241,23884926, 13784279,99428775.

S O L U C I O N :

```
CUANTOS NUMEROS DESEA ORDENAR  N =? 12

INTRODUZCA CADA NUMERO, EN CUALQUIER ORDEN, Y PULSE <ENTER>

? 38473535
? 38381319
? 46638972
? 34251878
? 31988989
? 13140483
? 49989696
? 42559598
? 98995241
? 23884926
? 13784279
? 99428775

EL ORDEN ASCENDENTE DE LOS NUMEROS DADOS ES EL SIGUIENTE :

 13140483
 13784279
 23884926
 31988989
 34251878
 38381319
 38473535
 42559598
 46638972
 49989696
 98995241
 99428775
```

bibliografía

AGUADO, R. y otros., "BASIC básico, Curso de programación", 1983.

AGUADO, R. y otros., "Programas comentados de BASIC básico", 1983.

BAJPAI, A.C, "Statistical Methods for Scientists and Engineers", J.Wiley& Sons, 1978.

BASS, J., "Ejercicios de Matemáticas", Toray-Masson S.A., Barcelona 1970.

BECKETT, R. & HURT, J., "Numerical Calculations and Algorithms", Mc Graw-Hill, New York, 1967.

BEYER, W.H., "Standard Mathematical Tables", CRC Press, 1976.

CARNAHAN, B. & WILKES, J.O., "Aplied Numerical Methods", University of Michigan, 1978.

FARRANDO, R., "109 Programas para ordenadores personales y calculadoras", Marcombo, Barcelona, 1983.

GALLEGO, A.E. y otros., "Informática BASIC. Aplicaciones", Ediciones S.M., Madrid, 1983.

GOTTFRIED, B.S., "Programación BASIC", Mc Graw-Hill, Mexico, 1982.

HACQUES, G., "Mathematiques pour l'informatique", A. Colin, Paris, 1971.

HAUT, H., "Mathematiques et statistiques", Editions P.S.I., 1983.

HUBIN, W.N., "BASIC Programming for Scientists and Engineers", Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, 1978.

KEMENY, J.G. & KURTZ, T.E., "Programación BASIC", Compañia Editorial Continental, Mexico, 1983.

KUO, S., "Computer Applications of Numerical Methods", Addison-Wesley, Reading MA, 1972.

NOWAKOWSKI, C., "Methodes de Calcul Numerique" tome I, Editions P.S.I., 1984.

OLABARRIETA, L., "Geometría y Trigonometría", Bilbao, 1957.

PEREZ-BEATO, M., "Manual-Formulario de Geometría Analítica", Saeta, Madrid 1950.

POOLE, L. & BORCHERS, M., "Some Common BASIC Programs", Adam Osborne & Associates, Berkeley CA, 1977.

RUCKDESCHEL, F.R., "BASIC Scientific Subroutines, Vol 1 y 2". BYTE and Mc Graw-Hill, Peterborough, NH, 1981.

SHOUP, T.E., "A Practical Guide to Computer Methods for Engineers", Prentice-Hall, 1979.

STOER, J. & BULIRSCH., "Introduction to Numerical Analysis", Springer-Verlag, 1980.

VIZMANOS, J.R. y ANZOLA, M. "Matemáticas de C.O.U. Tomos 1 y 2", Madrid 1978.

VIZMANOS, J.R. y ANZOLA, M., PRIMO, A., "Funciones 1, 2, y 3", Ediciones S.M., Madrid, 1981.

VIZMANOS, J.R. y CRESPO, D., "Problemas resueltos de variable compleja", Madrid, 1977.

índice de programas

I) **ALGEBRA**

1.- SISTEMAS DE NUMERACION

1.1 Cambio de base de sistema de numeración 9

1.2 Operaciones en cualquier sistema de numeración 12

2.- ECUACIONES DIOFANTICAS

2.1 Ecuaciones diofánticas del tipo lineal: $Ax \pm By = C$ 15

2.2 Ecuaciones diofánticas del tipo: $x^2 - y^2 = A$ 18

2.3 Ecuaciones diofánticas del tipo pitagórico 20

2.3.1 Números pitagóricos consecutivos 22

2.3.2 Ternas pitagóricas 24

3.- DIVISIBILIDAD

3.1 Descomposición de un número en factores primos 26

3.2 M.C.D. y M.C.M. de dos números 28

3.3 M.C.D. y M.C.M. de tres números 30

3.4 Lista de números primos 32

3.5 Formación ordenada de los divisores de un número 34

3.6 Número de divisores de un número (suma y producto) 36

3.7 Números perfectos pares 39

3.8 Números amigos 41

3.9 Números de Mersenne 43

3.10 Números de Fermat 45

3.11 Múltiplos de un número K 47

3.12 Múltiplos de K entre dos dados 49

3.13 Múltiplos comunes de dos números 51

4.- NUMEROS CONGRUENTES

4.1 Clases de restos módulo M 53

4.2 Exponente de P en M (Regla de Legendre) 56

4.3 Restos potenciales 59

4.4 Cálculo de la última cifra de una potencia 62

4.5 Cálculo del resto de dividir una potencia por M 64

4.6 Restos cuadráticos 66

5.- COMBINATORIA

5.1 Factorial de un número 69
5.2 Número de cifras del factorial de un número 71
5.3 Factorial de un número con todas sus cifras 73
5.4 Combinaciones sin repetición 76
5.5 Variaciones sin repetición 79
5.6 Formación ordenada de las variaciones sin repetición 81
5.7 Permutaciones sin repetición 83
5.8 Formación ordenada de las permutaciones sin repetición ... 85
5.9 Combinatoria sin repetición 87
5.10 Combinaciones con repetición 87
5.11 Variaciones con repetición 89
5.12 Formación ordenada de las variaciones con repetición 91
5.13 Permutaciones con repetición 95
5.14 Triángulo de Tartaglia 98
5.15 Binomio de Newton 100

6.- POLINOMIOS

6.1 Valor numérico de un polinomio 102
6.2 Suma y diferencia de polinomios 106
6.3 Producto de un escalar por un polinomio 110
6.4 Producto de un polinomio por el binomio (x + a) 113
6.5 Producto de polinomios 116
6.6 Regla de Ruffini 119
6.7 Cociente de polinomios 123

7.- ESPACIOS VECTORIALES

7.1 Coordenadas de un vector respecto de una base 126
7.2 Cambio de base 131

8.- MATRICES Y DETERMINANTES

8.1 Suma de las filas y las columnas de una matriz 136
8.2 Matriz transpuesta 140
8.3 Suma y diferencia de matrices 143
8.4 Producto de un escalar por una matriz 147
8.5 Producto de matrices 150
8.6 Potencia de una matriz 155
8.7 Determinante de una matriz cuadrada 160
8.8 Matriz inversa 164
8.9 Descomposición de una matriz como suma de dos matrices una simétrica y otra hemisimétrica 168
8.10 Resolución de sistemas de ecuaciones lineales 173
8.11 Ecuación característica de una matriz 177
8.12 Valores propios de una matriz 181
8.13 Vectores propios de una matriz 185

II) **GEOMETRIA**

1.- GEOMETRIA ELEMENTAL

1.1 Areas de triángulos y cuadriláteros 190
1.2 Longitudes y áreas en la circunferencia 192
1.3 Relaciones métricas en el triángulo 195
1.4 Polígonos regulares: ángulos y diagonales 199
1.5 Polígonos regulares: área en función del lado 201
1.6 Polígonos regulares: área en función del radio de la circunferencia circunscrita 203
1.7 Areas y volúmenes de los poliedros regulares 205
1.8 Areas y volúmenes de cuerpos geométricos 208

2.- PLANO AFIN

2.1 Operaciones con vectores en el plano afín 212
2.2 Cambio de sistema de referencia en el plano afín 215
2.3 Determinación de rectas en el plano afín 217
2.4 Incidencia , paralelismo e intersección en el plano afín . 221

3.- PLANO AFIN EUCLIDEO

3.1 Conversión de ángulos 224
3.2 Operaciones con vectores en el plano afín euclideo 226
3.3 Angulos y bisectrices de rectas en el plano afín euclideo 229
3.4 Distancias en el plano afín euclideo 232
3.5 Areas en el plano afín euclideo 235
3.6 Cálculo de puntos notables en un triángulo 237
3.7 Resolución de triángulos rectángulos 241
3.8 Resolucion de triángulos cualesquiera 244

4.- CONICAS

4.1 Circunferencia 248
4.2 Potencia de un punto respecto de una circunferencia 252
4.3 Elipse 255
4.4 Hipérbola 258
4.5 Parábola 261
4.6 Clasificación y reducción de cónicas 264

5.- TRANSFORMACIONES EN EL PLANO

5.1 Movimientos en el plano 267
5.2 Homotecia en el plano 270
5.3 Semejanza en el plano 273

6.- ESPACIO AFIN

6.1 Operaciones con vectores en el espacio afín 277

6.2 Cambio de sistema de referencia en el espacio afín 280

6.3 Determinación de rectas en el espacio afín 283

6.4 Determinación de planos en el espacio afín 285

6.5 Incidencia, paralelismo e intersección en el espacio afín. 288

7.- ESPACIO AFIN EUCLIDEO

7.1 Operaciones con vectores en el espacio afín euclideo 292

7.2 Angulos en el espacio afín euclideo 295

7.3 Distancias en el espacio afin euclideo 298

7.4 Areas y volúmenes en el espacio afín euclideo 302

8.- TRANSFORMACIONES EN EL ESPACIO

8.1 Movimientos en el espacio 305

8.2 Homotecia en el espacio 308

8.3 Semejanza en el espacio 311

A N E X O

I) ORDENACION ALFABETICA DE NOMBRES 316

II) ORDENACION ASCENDENTE DE NUMEROS 318

PROGRAMAS EN BASIC PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

FP - BUP - COU - UNIVERSIDAD

Autor: J.R. VIZMANOS

TOMO 2 - ANALISIS MATEMATICO. CALCULO DE PROBABILIDADES Y ESTADISTICA.

ANALISIS MATEMATICO

1.– **Matemática financiera.** 1.1 Interés simple. 1.2 Interés compuesto. 1.3 Tablas de interés compuesto. 1.4 Anualidades de amortización 1.5 Anualidades de capitalización.
2.– **Sucesiones de números reales.** 2.1. Progresiones aritméticas. 2.2 Progresiones geométricas. 2.3 Formación de los términos de una sucesión. 2.4 Sucesión del número e. 2.5 Operaciones con sucesiones. 2.6 Suma de términos de una sucesión. 2.7 Sucesión de Fibonacci.
3.– **Números complejos.** 3.1 Operaciones con números complejos en forma binómica. 3.2 Conversión de coordenadas polares a cartesianas. 3.3 Potenciación y radicación de números complejos en forma binómica. 3.4 Operaciones con números complejos en forma polar.
4.– **Cálculo de las raíces de una ecuación.** 4.1 Ecuación algebraica de 2.º grado. 4.2 Búsqueda de raíces: Método de bisección. 4.3 Búsqueda de raíces: Método de Newton. 4.4 Búsqueda de raíces: Método de la secante. 4.5 Búsqueda de raíces: Método de la regula falsi. 4.6 Búsqueda de raíces: Método de Aitken.
5.– **Funciones reales de variable real.** 5.1 Tabulación de una función real de variable real. 5.2 Operaciones con funciones reales de variable real. 5.3 Composición de funciones reales de variable real. 5.4 Función exponencial. 5.5 Cambio de base logarítmica. 5.6 Función logarítmica. 5.7 Funciones trigonométricas directas. 5.8 Funciones trigonométricas inversas. 5.9 Razones trigonométricas de un ángulo dado. 5.10 Funciones trigonométricas de un ángulo dado. 5.11 Valor de las funciones trigonométricas recíprocas. 5.12 Funciones hiperbólicas directas. 5.13 Funciones hiperbólicas inversas. 5.14 Razones hiperbólicas de un ángulo dado. 5.15 Funciones hiperbólicas recíprocas.
6.– **Cálculo diferencial.** 6.1 Valor numérico de la primera derivada de una función en un punto. 6.2 Ecuaciones de la tangente y la normal a una curva en un punto. 6.3 Valor numérico de un polinomio y sus derivadas en un punto. 6.4 Aproximación de la función $y = \text{sen } x$. 6.5 Aproximación de la función $y = \cos x$. 6.6 Aproximación de la función $y = \text{Ln } x$. 6.7 Aproximación de la función $y = e^x$.
7.– **Integración numérica.** 7.1 Regla de Simpson: función conocida. 7.2 Regla de Simpson: función desconocida. 7.3 Regla del trapecio. 7.4 Area encerrada por una curva en cartesianas. 7.5 Area encerrada por una curva en polares. 7.6 Area encerrada por una curva en paramétricas. 7.7 Longitud de un arco de curva dada en cartesianas. 7.8 Longitud de un arco de curva dada en polares. 7.9 Longitud de un arco de curva dada en paramétricas. 7.10 Area de revolución. 7.11 Volumen de revolución. 7.12 Regla de Tchebicheff. 7.13 Regla de Bode. 7.14 Regla de Gauss. 7.15 Integrales impropias con extremo superior inferior.
8.– **Interpolación.** 8.1 Interpolación lineal. 8.2 Interpolación de Lagrange.

CALCULO DE PROBABILIDADES Y ESTADISTICA

1.– **Generación de números aleatorios.** 1.1 Entre 0 y 1. 1.2 Entre 0 y 100. 1.3 Que se distribuyen según una binomial B(n,p). 1.4 Que se distribuyen según una Poisson P(L). 1.5 Que se distribuyen según una normal N(m,s).
2.– **Simulación de experimentos aleatorios.** 2.1 Lanzamiento de un dado con recuento de frecuencias. 2.2 Lanzamiento de dos dados. 2.3 Lanzamientos de tres dados. 2.4 Lanzamiento de una moneda. 2.5 Lanzamiento de dos monedas. 2.6 Extracciones con reemplazamiento de cartas de una baraja. 2.7 Extracciones sin reemplazamiento de cartas de una baraja.
3.– **Estadística descriptiva.** 3.1 Medidas de centralización, dispersión y forma de distribuciones unidimensionales de datos no agrupados. 3.2 Medidas de centralización, dispersión y forma de distribuciones unidimensionales de datos agrupados. 3.3 Parámetros estadísticos de distribuciones bidimensionales de datos no agrupados. 3.4 Parámetros estadísticos de distribuciones bidimensionales de datos agrupados.
4.– **Cálculo de probabilidades.** 4.1 Probabilidad total. 4.2 Probabilidad Bayesiana.
5.– **Distribuciones unidimensionales discretas.** 5.1 Distribución binomial. 5.2 Distribución de Poisson. 5.3 Distribución hipergeométrica.
6.– **Distribuciones unidimensionales continuas.** 6.1 Distribución normal. 6.2 Distribución chi-cuadrado. 6.3 Distribución t de Student. 6.4 Distribución F de Snedecor.
7.– **Distribuciones bidimensionales continuas.** 7.1 Distribución normal de dos variables.
8.– **Regresión y correlación.** 8.1 Rectas de regresión. 8.2 Regresión lineal. 8.3 Regresión exponencial. 8.4 Regresión logarítmica. 8.5 Regresión potencial. 8.6 Regresión polinomial.

PEDIDOS A : EDICIONES VIZMANOS-ANZOLA
Príncipe de Vergara, 130 - 4.º A
Tel.: 262 12 47 - 279 70 47
28002-MADRID

152

El Corte Inglés

Talla

2600

P.V.P.